



Serie 6, Lineare Gleichungssysteme

Klasse: 1Ea, 1Eb, 1Sb

Datum: 18. Dezember 2017

1. Lösung eines LGS

851082

Welcher der Vektoren erfüllt das lineare Gleichungssystem?

- (a) Setzen Sie dafür in das LGS ein.
(b) Überprüfen Sie ihr Resultat mit Matlab indem Sie die Lösung mit der Koeffizienten-Matrix multiplizieren.

(a)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad -2y \quad = \quad 2 \\ E_2 : \quad 4x \quad -4y \quad +12z = 20 \\ E_3 : \quad 2x \quad \quad +6z = 8 \end{array} \right| \text{ und } \vec{u} = \begin{pmatrix} 10 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad -2y \quad = \quad 0 \\ E_2 : \quad 8x \quad +4y \quad +12z = 16 \\ E_3 : \quad 4x \quad +4y \quad +6z = 8 \end{array} \right| \text{ und } \vec{u} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}, \vec{v} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

2. Struktur der Lösung eines LGS

181322

Gegeben sind verschiedene Lösungen der linearen Gleichungssysteme. Bestimmen Sie die Richtungsvektoren der homogenen Lösung.

Übrigens, der Vektorraum, der durch diese Vektoren aufgespannt wird, heisst **Nullraum** der Koeffizienten-Matrix **A**. Überprüfen Sie ihr Resultat in Matlab mit dem Befehl `null()`.

(a)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad -x \quad +2y \quad -3z = 0 \\ E_2 : \quad -2x \quad +5y \quad -6z = 0 \\ E_3 : \quad x \quad +3y \quad +3z = 0 \end{array} \right| \text{ und } \vec{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} -15 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad 9x \quad -6y \quad -5z = -16 \\ E_2 : \quad 6x \quad -4y \quad 8z = 12 \\ E_3 : \quad -12x \quad +8y \quad +4z = 16 \end{array} \right| \text{ und } \vec{u} = \begin{pmatrix} -14/3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 28/3 \\ 15 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 16/3 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

3. Freie Variablen und Pivot-Variablen

863440

Bestimmen Sie frei Variablen und Pivot-Variablen und die Lösung des LGS. Überprüfen Sie Ihr Resultat mit Matlab und den Befehlen `null` und `rref`.

(a)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad \quad \quad 2z \quad \quad \quad = 4 \\ E_2 : \quad x \quad +y \quad -4z \quad +u \quad = 2 \\ E_3 : \quad 3x \quad +3y \quad -12z \quad +3u \quad +v = 7 \end{array} \right|$$

(b)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad 3x \quad +3y \quad -8z \quad +6u \quad \quad = 14 \\ E_2 : \quad x \quad +y \quad -4z \quad +2u \quad +v = 3 \\ E_3 : \quad 5x \quad +5y \quad -20z \quad +10u \quad +3v = 13 \end{array} \right|$$

4. Homogene lineare Gleichungssysteme**801980**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der homogenen linearen Gleichungssysteme. Überprüfen Sie ihr Resultat mit Matlab und dem Befehl `null`.

(a)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad 3x \quad +3y \quad -12z = 0 \\ E_2 : \quad x \quad \quad \quad -4z = 0 \\ E_3 : \quad 5x \quad +2y \quad -20z = 0 \end{array} \right|$$

(b)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad 3x \quad +3y \quad -5z = 0 \\ E_2 : \quad \quad \quad y \quad -3z = 0 \\ E_3 : \quad \quad \quad 2y \quad -5z = 0 \end{array} \right|$$

(c)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : \quad x \quad +3y \quad +z = 0 \\ E_2 : \quad \quad \quad y \quad +z = 0 \\ E_3 : \quad \quad \quad 2y \quad +2z = 0 \end{array} \right|$$

5. Schnittgerade von Ebenen**042736**

Die Ebenen E_1 und E_2 (und E_3) schneiden sich in einer Geraden g . Bestimme eine Parameterdarstellung von g :

(a) $E_1 : x_1 - x_2 + 2x_3 - 1 = 0$
 $E_2 : 6x_1 + x_2 - x_3 = 5$

(b)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : 4x + 4y - 16z = 4 \\ E_2 : x - 4z = 2 \\ E_3 : 5x + 2y - 20z = 8 \end{array} \right|$$

(c) $E_1 : 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 7$
 $E_2 : -x_1 + 5x_2 - 6x_3 = 0$

Benutze das Gauss-Verfahren zum Lösen des Systems von linearen Gleichungen und überprüfe das Resultat mit Matlab und den Befehlen `null` und `rref`.

6. Inhomogene LGS**970730**

Bestimmen Sie die Lösungsmengen. Überprüfen Sie das Resultat mit Matlab und den Befehlen `rref` und `null`.

(a)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : 5x + 2y - 20z = 8 \\ E_2 : x - 4z = 2 \\ E_3 : 5x + 2y - 20z = 9 \end{array} \right|$$

(b)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : 2x + 6y - 12z = 12 \\ E_2 : 2y - 4z = 2 \\ E_3 : 2x + 6y - 12z = 12 \end{array} \right|$$

(c)

$$\left| \begin{array}{l} E_1 : 2x + 3y = 15 \\ E_2 : z = -4 \\ E_3 : x + 3y = 12 \end{array} \right|$$