Brückenkurs Physik
donat.adams@fhnw.ch
www.adams-science.org

Serie 121, Musterlösung

1. Vektorprodukt 8FVA0M

Überlege zuerst anhand der Rechte-Hand-Regel in welche Richtung das Resultat zeichen wird. Berechne dannn $\vec{r} \times \vec{q}$.

(a) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

(d) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(e) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$

(f) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Lösung:

(a) $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 23 \\ 0 \end{pmatrix}$

(d) $\vec{s} = \begin{pmatrix} 4 \\ -25 \\ 20 \end{pmatrix}$

(e) $\vec{s} = \begin{pmatrix} -15 \\ -25 \\ 25 \end{pmatrix}$

(f) $\vec{s} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. Pedale 2YS8HF

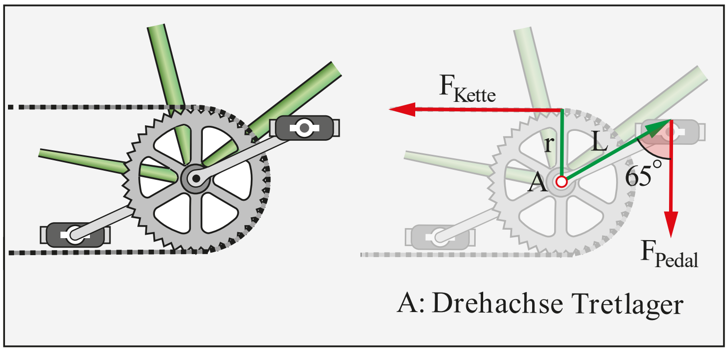
Die Pedale und das Kettenblatt sind in statischem Gleichgewicht.

(a) Berechnen Sie das Drehmoment der Pedale $L = 0.17$ m, $F_{\text{Pedal}} = 500$ N bezüglich dem Tretlager (vektoriell).

(b) In welche Richtung zeigt das Drehmoment der Kette?

(c) Berechnen Sie das Drehmoment der Kette $r = 0.08$ m

(d) Berechnen Sie die Kraft der Kette.



Lösung:

(a) Die vektoriellen Grössen sind (in SI-Einheiten also m und N):

$$\vec{L} = 0.17 \cdot \begin{pmatrix} \cos(25°) \\ \sin(25°) \\ 0 \end{pmatrix}, \; \vec{F}_P = 500 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -500 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Das resultierende Drehmoment ist

$$\vec{M}_P = \vec{L} \times \vec{F}_P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -77.0362 \end{pmatrix}$$

(b) Das Drehmoment der Kette zeigt aus der Zeichenebene heraus.

(c) Die vektoriellen Grössen sind (in SI-Einheiten also m und N):

$$\vec{r} = 0.08 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; \vec{F}_K = F_K \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Das resultierende Drehmoment ist

$$\vec{M}_K = \vec{r} \times \vec{F}_K = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.08 \cdot F_K \end{pmatrix}$$

(d) Die Objekte befinden sich im statischen Gleichgewicht also

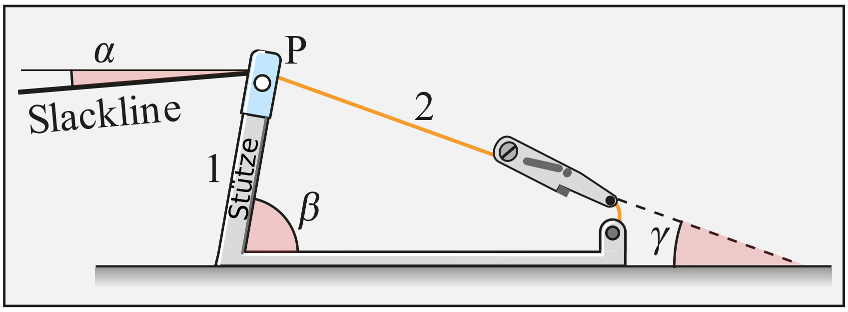
$$\vec{M}_P + \vec{M}_K = \vec{0}$$

oder

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -77.0362 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.08 \cdot F_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Für die z-Komponente erhalten wir also $-77.0362 + 0.08 \cdot F_K = 0$ mit der Lösung $F_K = 963$ N.

3. Stützte für Slackline L9L1PB



$\alpha = 5°$, $\beta = 80°$, $\gamma = 20°$. Die Slackline wirkt mit einer Kraft von 3 kN.
Berechnen sie alle Kräfte auf die Stütze der Slackline. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

(a) Zeichnen Sie alle Kräfte ein, die auf die Stütze wirken.

(b) Bestimmen Sie eine Drehachse (Geschickte Wahl: Viele unbekannte Kräfte gehen durch die Drehachse).

(c) Stellen Sie alle Kräfte als Vektoren dar.

(d) Stellen Sie alle Hebel als Vektoren dar und berechnen Sie die Drehmomente.

(e) Lösen Sie $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots = \vec{0}$

(f) Lösen Sie $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{0}$

Lösung:

(a) Auf die Stützen wirken die Kräfte durch die Slackline nach links, durch die Verankerung nach rechts und durch den Boden (nach oben)

(b) Wir wählen $\vec{P}$ als Drehachse. Alle Kräfte gehen durch diese Achse.

(c) Die Kräfte sind

$$\vec{F}_{\text{Stutze}} = F_S \cdot \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_{\text{Line}} = 3000 \cdot \begin{pmatrix} \cos(185°) \\ \sin(185°) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_{\text{Verank}} = F_V \cdot \begin{pmatrix} \cos(-\gamma) \\ \sin(-\gamma) \\ 0 \end{pmatrix}$$

(d) Hier interessieren uns die Hebel nicht, da $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots = \vec{0}$ garantiert ist.

(e) Nichts zu tun

(f) Wir erhalten zunächst

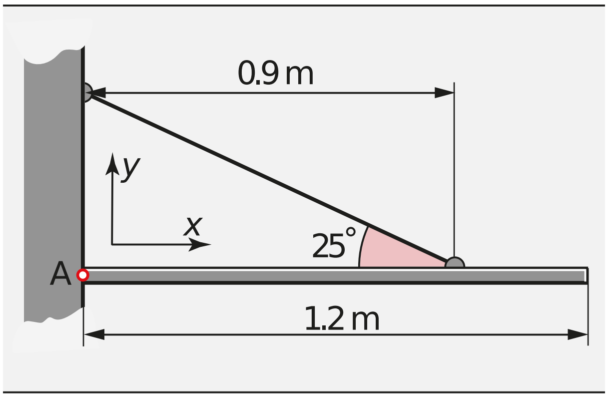
$$\begin{pmatrix} F_S \cdot \cos(\beta) + 3000 \cdot \cos(185°) + F_V \cdot \cos(-\gamma) \\ F_S \cdot \sin(\beta) + 3000 \cdot \sin(185°) + F_V \cdot \sin(-\gamma) \\ 0 + 0 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

oder

$$\begin{pmatrix} -2988.58 + 0.173648 F_S + 0.939693 F_V \\ -261.467 + 0.984808 F_S - 0.34202 F_V \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

In der dritten Komponente ist alles erfüllt. Es bleiben zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten. Wir lösen durch Elimination ($L_2/0.34202 + L_1/0.939693$) und erhalten $F_S = 1287.41$ N und $F_V = 2942.48$ N.

4. Vordach 1 **9BHMEL**



$m = 80$ kg. Bestimmen Sie alle Kräfte auf das Vordach. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

(a) Zeichnen Sie alle Kräfte ein, die auf das Vordach wirken.

(b) Bestimmen Sie eine Drehachse (Geschickte Wahl: Viele unbekannte Kräfte gehen durch die Drehachse).

(c) Stellen Sie alle Kräfte als Vektoren dar.

(d) Stellen Sie alle Hebel als Vektoren dar und berechnen Sie die Drehmomente.

(e) Lösen Sie $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots = \vec{0}$

(f) Lösen Sie $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{0}$

Lösung:

(a) Es gibt 3 Kräft auf das Vordach: Gewichtskraft (greift am Schwerpunkt an), Kraft durch Seil bei Aufhängung, Kraft durch Wand bei A.

(b) Wir wählen A als Drehachse.

(c) Die Kräfte sind

$$\vec{F}_{\mathrm{A}},\ \vec{F}_{\mathrm{G}} = m \cdot g \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \vec{F}_{\mathrm{Seil}} = F_S \cdot \begin{pmatrix} \cos(155°) \\ \sin(155°) \\ 0 \end{pmatrix}$$

(d) Vektor zum Schwerpunkt $\vec{r}_{\mathrm{G}} = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und zur Aufhängung $\vec{r}_{\mathrm{S}} = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(e) Die Drehmomente sind

$$\begin{aligned}\vec{M}_A + \vec{M}_G + \vec{M}_S &= \vec{0} \\ \vec{0} + \vec{r}_{\mathrm{G}} \times \vec{F}_{\mathrm{G}} + \vec{r}_{\mathrm{S}} \times \vec{F}_{\mathrm{Seil}} &= \vec{0} \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -470.88 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.380356 \cdot F_S \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

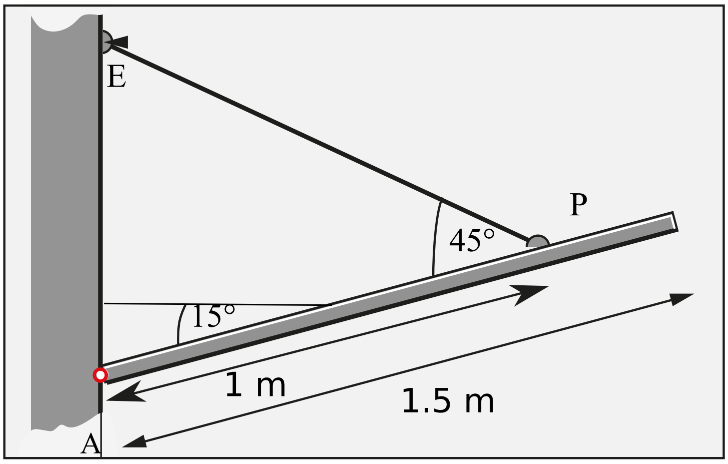
Wir lösen die Gleichung für die z-Komponente $-470.88 + 0.380356 \cdot F_S = 0$ und erhalten $F_S = 1238$ N.

(f) Es gilt $\vec{F}_{\mathrm{A}} + \vec{F}_{\mathrm{G}} + \vec{F}_{\mathrm{Seil}} = \vec{0}$ oder

$$\vec{F}_{\mathrm{A}} = -\left(\vec{F}_{\mathrm{G}} + \vec{F}_{\mathrm{Seil}}\right) = \begin{pmatrix} 1122 \\ 261.6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Diese Angaben sind in SI-Einheiten, also N.

5. Vordach 2 **TSKYMR**



$m = 80$ kg. Bestimmen Sie alle Kräfte auf das Vordach. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

(a) Zeichnen Sie alle Kräfte ein, die auf das Vordach wirken.

(b) Bestimmen Sie eine Drehachse (Geschickte Wahl: Viele unbekannte Kräfte gehen durch die Drehachse).

(c) Stellen Sie alle Kräfte als Vektoren dar.

(d) Stellen Sie alle Hebel als Vektoren dar und berechnen Sie die Drehmomente.

(e) Lösen Sie $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots = \vec{0}$

(f) Lösen Sie $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{0}$

Lösung:

(a) Es gibt 3 Kräft auf das Vordach: Gewichtskraft (greift am Schwerpunkt an), Kraft durch Seil bei Aufhängung, Kraft durch Wand bei A.

(b) Wir wählen A als Drehachse.

(c) Die Kräfte sind

$$\vec{F}_{\mathrm{A}},\ \vec{F}_{\mathrm{G}} = m \cdot g \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \vec{F}_{\mathrm{Seil}} = F_S \cdot \begin{pmatrix} \cos(150°) \\ \sin(150°) \\ 0 \end{pmatrix}$$

(d) Vektor zum Schwerpunkt $\vec{r}_{\mathrm{G}} = 0.75 \cdot \begin{pmatrix} \cos(15°) \\ \sin(15°) \\ 0 \end{pmatrix}$ und zur Aufhängung $\vec{r}_{\mathrm{S}} = 1 \cdot \begin{pmatrix} \cos(15°) \\ \sin(15°) \\ 0 \end{pmatrix}$.

(e) Die Drehmomente sind

$$\begin{aligned} \vec{M}_A + \vec{M}_G + \vec{M}_S &= \vec{0} \\ \vec{0} + \vec{r}_{\mathrm{G}} \times \vec{F}_{\mathrm{G}} + \vec{r}_{\mathrm{S}} \times \vec{F}_{\mathrm{Seil}} &= \vec{0} \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -568.544 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.707107 \cdot F_S \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Wir lösen die Gleichung für die z-Komponente $-568.544 + 0.707107 \cdot F_S = 0$ und erhalten $F_S = 804$ N.

(f) Es gilt $\vec{F}_{\mathrm{A}} + \vec{F}_{\mathrm{G}} + \vec{F}_{\mathrm{Seil}} = \vec{0}$ oder

$$\vec{F}_{\mathrm{A}} = -\left(\vec{F}_{\mathrm{G}} + \vec{F}_{\mathrm{Seil}}\right) = \begin{pmatrix} 696 \\ 383 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Diese Angaben sind in SI-Einheiten, also N.

6. Hindertupfer X5CF7A

Hindertupfer Beni wiegt $m_B = 80$ kg, die Leiter ist $L = 10$ m lang und $m_L = 25$ kg schwer. $\alpha = 72°$. Resi drück genau waagrecht auf die Leiter. Wie stark drückt Resi? Gehen Sie dazu wie folgt vor:

(a) Zeichnen Sie alle Kräfte ein, die auf die Leiter wirken.

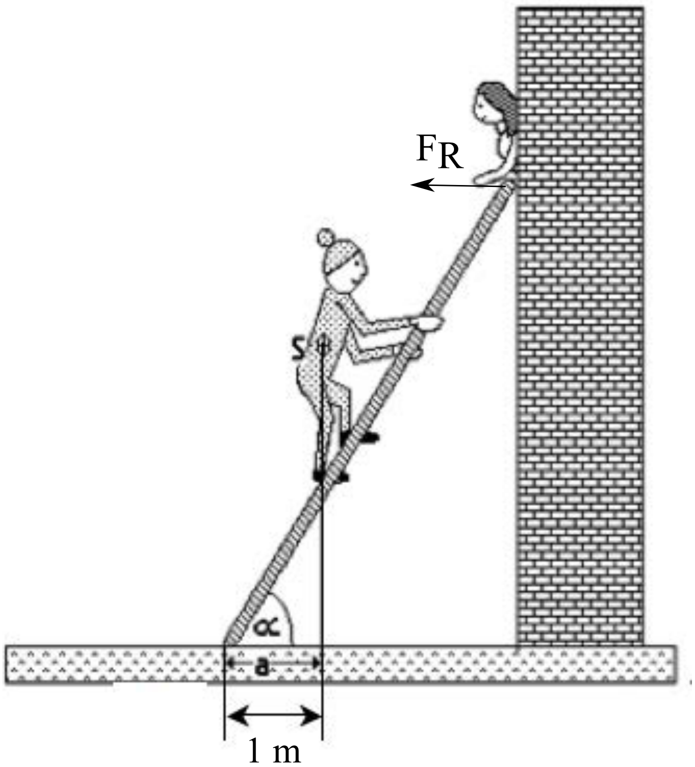
(b) Bestimmen Sie eine Drehachse (Geschickte Wahl: Viele unbekannte Kräfte gehen durch die Drehachse).

(c) Stellen Sie alle Kräfte als Vektoren dar.

(d) Stellen Sie alle Hebel als Vektoren dar und berechnen Sie die Drehmomente.

(e) Lösen Sie $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots = \vec{0}$

(f) Lösen Sie $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{0}$



Lösung:

(a) Es gibt 4 Kräft auf die Leiter wirken: Gewichtskraft der Leiter (greift am Schwerpunkt an), Gewichtskraft der von Beni (greift 1 m Hinter Auflagepunkt Leiter an), Kraft von Resi.

(b) Wir wählen den Auflagepunkt $\vec{A}$ der Leiter als Drehachse.

(c) Die Kräfte sind

$$\vec{F}_{\mathrm{A}},\ \vec{F}_{\mathrm{GL}} = m_L \cdot g \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \vec{F}_{\mathrm{GB}} = m_B \cdot g \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \vec{F}_{\mathrm{Resi}} = F_R \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(d) Vektor zum Schwerpunkt Leiter $\vec{r}_{\mathrm{GL}} = L/2 \cdot \begin{pmatrix} \cos(72°) \\ \sin(72°) \\ 0 \end{pmatrix}$, Vektor zum Schwerpunkt Beni $\vec{r}_{\mathrm{GB}} = \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$, und zur Hand von Resi $\vec{r}_{\mathrm{H}} = L \cdot \begin{pmatrix} \cos(72°) \\ \sin(72°) \\ 0 \end{pmatrix}$.

(e) Die Drehmomente sind

$$\begin{aligned} \vec{M}_A + \vec{M}_{GL} + \vec{M}_{GB} + \vec{M}_R &= \vec{0} \\ \vec{0} + \vec{r}_{\mathrm{GL}} \times \vec{F}_{\mathrm{GL}} + \vec{r}_{\mathrm{GB}} \times \vec{F}_{\mathrm{GB}} + \vec{r}_{\mathrm{H}} \times \vec{F}_{\mathrm{Resi}} &= \vec{0} \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -378.932 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -784.8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.51057 \cdot F_R \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Wir lösen die Gleichung für die z-Komponente $-1163.73 - 9.51057 F_R = 0$ und erhalten $F_R = -122.36$ N.

(f) Es gilt $\vec{F}_A + \vec{F}_{GL} + \vec{F}_{GB} + \vec{F}_R = \vec{0}$ oder

$$\vec{F}_{\mathrm{A}} = -\left(\vec{F}_{GL} + \vec{F}_{GB} + \vec{F}_R\right) = \begin{pmatrix} 122.36 \\ 1030 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Diese Angaben sind in SI-Einheiten, also N.