



Serie 2, Musterlösung

Klasse: W1b, W1c

Datum: HS 22

1. Faktorzerlegung von Polynomen

ZI5KRQ

- (a) Betrachten Sie die Beispiele zur Darstellung von Polynomen als Produkt. Dahinter stehen verschiedene Techniken. Welche?

Summe	→	Produkt
$a^2 + 3a$	=	$a(a + 3)$
$4x^2 - y^2$	=	$(2x + y)(2x - y)$
$n^2 + 5n + 6$	=	$(n + 2)(n + 3)$
$a(x + y) + 2x + 2y$	=	$a(x + y) + 2(x + y) = (x + y) \cdot (a + 2)$

Achtung: $4x^2 + y^2$ ist unzerlegbar.

- (b) Übertragen Sie die Methoden auf die weiteren Beispiele

Summe	→	Produkt
$7e - 7$	=	
$ct - dt^2$	=	
$4c^2 - 9d^2$	=	
$4c^2 + 9d^2$	=	
$x^6y^4 - x^2y^8$	=	
$d^2 + 20d + 91$	=	
$t^2 - 6t - 7$	=	
$r^2 - r + (r - 1)s$	=	
$a(3a - 2b) + 9ac - 6bc$	=	

Lösung:

- (a) Techniken

- $a^2 + 3a = a(a + 3)$, Ausklammern eines gemeinsamen Faktors
- $4x^2 - y^2 = (2x + y)(2x - y)$, Binomische Formel
- $n^2 + 5n + 6 = (n + 2)(n + 3)$, Klammeransatz
- $a(x + y) + 2x + 2y = a(x + y) + 2(x + y) = (x + y) \cdot (a + 2)$, Ausklammern eines gemeinsamen Faktors

- (b) Weitere Beispiele

- $7e - 7 = 7(e - 1)$, Ausklammern eines gemeinsamen Faktors
- $ct - dt^2 = t(c - dt)$, Ausklammern eines gemeinsamen Faktors
- $4c^2 - 9d^2 = (2c)^2 - (3d)^2 = (2c - 3d)(2c + 3d)$, Binomische Formel
- $4c^2 + 9d^2$, unzerlegbar
- $x^6y^4 - x^2y^8 = (x^3y^2 - xy^4)(x^3y^2 + xy^4)$, Binomische Formel

- $d^2 + 20d + 91 = (d + 7)(d + 13)$, Klammeransatz
- $t^2 - 6t - 7 = (t - 7)(t + 1)$, Klammeransatz
- $r^2 - r + (r - 1)s = (r - 1)r + (r - 1)s = (r - 1)(r + s)$, Ausklammern eines gemeinsamen Faktors
- $a(3a - 2b) + 9ac - 6bc = (3a - 2b) + (3a - 2b)3c = (3a - 2b)(1 + 3c)$, Ausklammern eines gemeinsamen Faktors

2. Ausklammern**RRXDP4**

Faktorisieren Sie, indem sie ausklammern.

- | | |
|---------------------|----------------------------------|
| (a) $6ax + 6ay$ | (f) $10at + 15bt - 6ct$ |
| (b) $24z^3 - 16z^2$ | (g) $xy - y^2 - yz$ |
| (c) $10c - 21$ | (h) $13f - 20g + 28$ |
| (d) $8a + 4$ | (i) $18a^2b + 18ab^2 - 9ab$ |
| (e) $z^2 - z$ | (j) $4x^2yz - 10xy^2z + 16xyz^2$ |

Lösung:

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| (a) $6a(x + y)$ | (f) $t(10a + 15b - 6c)$ |
| (b) $8z^2(3z - 2)$ | (g) $y(x - y - z)$ |
| (c) unzerlegbar | (h) unzerlegbar |
| (d) $4(2a + 1)$ | (i) $9ab(2a + 2b - 1)$ |
| (e) $z(z - 1)$ | (j) $2xyz(2x - 5y + 8z)$ |

3. Ausklammern von Teilsummen**T9CS6F**

- | | |
|---------------------------------|--|
| (a) $bq + cq - (b + c)r$ | (f) $u^4 - u^3v - 2u^3w + 2u^2vw$ |
| (b) $7k(4n - 3) - 4n + 3$ | (g) $mx + my + mz + nx + ny + nz$ |
| (c) $au + av + bu + bv$ | (h) $eu + fu - ev - fv + ew + fw$ |
| (d) $-2cx + cy - 4dx + 2dy$ | (i) $2a^2 + 10ab - 2ac + 5a + 25b - 30c$ |
| (e) $4amx + 4amy + 4anx + 4any$ | (j) $15mnx - 5mny + 10mnz - 3x + y - 2z$ |

Lösung:

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| (a) $(b + c)(q - r)$ | (f) $u^2(u - v)(u - 2w)$ |
| (b) $(7k - 1)(4n - 3)$ | (g) $(m + n)(x + y + z)$ |
| (c) $(a + b)(u + v)$ | (h) $(e + f)(u - v + w)$ |
| (d) $(c + 2d)(-2x + y)$ | (i) $(2a + 5)(a + 5b - 6c)$ |
| (e) $4a(m + n)(x + y)$ | (j) $r(2p - 3q - 1)(r + 2)$ |

4. Faktorzerlegung mit Formeln

UYKCTA

- | | |
|--|-------------------------------|
| (a) $x^2 - y^2$ | $axy - ay^2 + bxy - by^2$ |
| (b) $16p^2 - q^4$ | (f) $x^2 - 2xy + y^2$ |
| (c) $6a^2 - 6b^2$ | (g) $5a^2 - 10ab + 5b^2$ |
| (d) $-50e^2 + 338$ | (h) $-3u^2 + 18uv - 27v^2$ |
| (e) $a^2x - a^2y + abx - aby + axy - ay^2 +$
$bxy - by^2$ | (i) $a^2 + 2ab + b^2 - 36z^2$ |
| $a^2x - a^2y + abx - aby +$ | (j) $p^2 - x^2 - 2x - 1$ |

Lösung:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| (a) $(x + y)(x - y)$ | (f) $(x - y)^2$ |
| (b) $(4p + q^2)(4p - q^2)$ | (g) $5(a - b)^2$ |
| (c) $6(a + b)(a - b)$ | (h) $-3(u - 3v)^2$ |
| (d) $-2(5e + 13)(5e - 13)$ | (i) $(a + b + 6z)(a + b - 6z)$ |
| (e) $(a + b)(a + y)(x - y)$ | (j) $(p + x + 1)(p - x - 1)$ |

5. Klammeransatz bei geeigneten Trinomen

TH7B6Q

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (a) $n^2 - 26n + 144$ | (e) $b^2 + 20b + 51$ |
| (b) $3c^2 + 16c + 5$ | (f) $p^2 - 7p - 120$ |
| (c) $u^2 - 3u - 40$ | (g) $5x^2 + 10x - 75$ |
| (d) $x^2 + 25x - 84$ | (h) $-4t^2 - 4t + 48$ |

Lösung:

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| (a) $(n - 8)(n - 18)$ | (e) $(b + 3)(b + 17)$ |
| (b) $(3c + 1)(c + 5)$ | (f) $(p - 15)(p + 8)$ |
| (c) $(u - 8)(u + 5)$ | (g) $5(x + 5)(x - 3)$ |
| (d) $(x + 28)(x - 3)$ | (h) $-4(t + 4)(t - 3)$ |

6. Kürzen

DUQ95C

Kürzen Sie die Bruchterme. Beschreiben Sie, wie Sie dabei vorgehen.

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| (a) $\frac{10}{2100}$ | (c) $\frac{10r}{15r}$ |
| (b) $\frac{240}{2400}$ | (d) $\frac{2y+2}{5y+5}$ |

Lösung:

(a) $\frac{10}{2100} = \frac{10}{210 \cdot 10} = \frac{1}{210}$

(b) $\frac{240}{2400} = \frac{24 \cdot 10}{24 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{10}$

(c) $\frac{10r}{15r} = \frac{2 \cdot 5 \cdot r}{3 \cdot 5 \cdot r} = \frac{2}{3}$

(d) $\frac{2y+2}{5y+5} = \frac{2(y+1)}{5(y+1)} = \frac{2}{5}$

7. Kürzen

QJARSM

Kürzen Sie die Bruchterme.

(a) $\frac{12d}{9}$

(e) $\frac{25}{5r+10}$

(b) $\frac{-72uv^3w^6}{-60uv^3w^5}$

(f) $\frac{-36x^2y}{12x^2y-60xy}$

(c) $\frac{5a+20}{5}$

(g) $\frac{7n+14}{7n-21}$

(d) $\frac{u^2+uv}{uv}$

(h) $\frac{p^3-p^2}{p^3+p^2}$

Lösung:

(a) $\frac{4}{3}$

(e) $\frac{5}{r+2}$

(b) $\frac{3ac}{7}$

(f) $\frac{-3x}{x-5}$

(c) $a + 4$

(g) $\frac{n+2}{n-3}$

(d) $\frac{u+v}{v}$

(h) $\frac{p-1}{p+1}$

8. Klammere (-1) aus

QUNN1P

(a) $-y - 2$

(c) $-7x^2 + 4x + 11$

(b) $-5 + d$

(d) $-a_1 - a_2 + a_3 - a_4$

Lösung:

(a) $(y + 2)(-1)$

(c) $(-1)(7x^2 - 4x - 11)$

(b) $(-1)(5 - d)$

(d) $(-1)(a_1 + a_2 - a_3 + a_4)$

9. Kürzen (gemischt)

ITBI9X

Kürzen Sie die Bruchterme.

(a) $\frac{a^2-b^2}{3a+3b}$

(f) $\frac{r^2-8r+7}{2r^2-4r+2}$

(b) $\frac{n^3-n}{n^3+n^2}$

(g) $\frac{a-b}{b-a}$

(c) $\frac{as+at+bs+bt}{2s+2t}$

(h) $\frac{-u^2+2uv-v^2}{4u^2-4v^2}$

(d) $\frac{4c^2+cr-4c-5}{5c-5}$

(i) $\frac{a^2-b^2-2bc-c^2}{2a+2b+2c}$

(e) $\frac{a^2+2a-24}{a^2-6a+8}$

(j) $\frac{(m+5)^2-(n+1)^2}{(m+7)-(n+3)}$

Lösung:

(a) $\frac{a-b}{3}$

(b) $\frac{n-1}{n}$

(c) $\frac{a+b}{2}$

(d) $\frac{4c+r}{5}$

(e) $\frac{a+6}{a-2}$

(f) $\frac{r-7}{2(r-1)}$

(g) -1

(h) $\frac{-u+v}{4(u+v)}$

(i) $\frac{a-b-c}{2}$

(j) $m + n + 6$