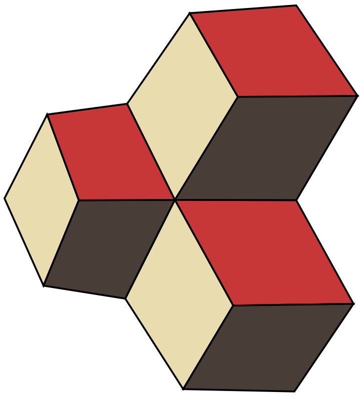
Vorkurs Physik



Dr. D. Adams
Institut für Mathematik und Naturwissenschaften (IMN)
donat.adams@fhnw.ch
Büro: 5.1C01

Windisch, 2. März 2023

Inhaltsverzeichnis

KAPITEL 1

Einführung

Lernziele 1.1 Dichte, Gewichtskraft, Druck

- Die Studierenden kennen die Definition der Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}; \text{ in } \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

- Sie kennen verschiedene Typen von Waagen: Balkenwaagen, elektronische Waage, Drehwaage. Sie können deren Funktionsweise beschreiben.
- Sie kennen den Unterschied von Gewichtskraft und Masse und können mit Hilfe des Ortsfaktors g aus der Masse die Gewichtskraft F berechnen

$$F = m \cdot g \text{ in N ; Auf der Erde: } g = 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$$

- Die Studierenden kennen die Definition des Drucks

$$p = \frac{F}{A}, \text{ in } \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}$$

- Sie kennen Anwendungen die den Druck verringern (Ski, Schneeschuhe, ...) oder den Druck erhöhen (Schraube, Nadel, Diamantstempelzelle, ...)
- **Mathematik**: Sie können Termumformungen durchführen und dokumentieren. Sie können lineare Gleichungen auflösen.
- **Mathematik**: Sie können mit Doppelbrüchen umgehen.

Beispiel 1.1 Leichte und schwere Materialien **7NKWLE**

a) Notieren Sie 3 leichte Materialien

b) Notieren Sie 3 schwere Materialien

c) Warum sind einige Materialien schwer und andere leicht?

d) Können Sie aus den benannten leichten Materialien ein Fluggerät (Flugzeug, Ballon, etc.) bauen, das wirklich fliegt? Wie gehen Sie vor?

e) Können Sie aus den benannten schweren Materialien ein schwimmendes Schiff bauen? Wie gehen Sie vor?

Definition 1.1 Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}, \text{ SI-Einheiten } \mathrm{kg/m^3}$$

m Masse in kg, V Volumen in m^3.

Beispiel 1.2 Zimmerleute **863482**

Welche Objekte dürfen Zimmerleute tragen? (SUVA-Limite: 25 kg)

a) Abmessungen Balken: 14 cm, 24 cm, 6m, $\rho = 470 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

b) Abmessungen Styropor-Packung: 60 cm, 60 cm, 120 cm, $\rho = 40 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Infobox 1.1 Rechnen mit Einheiten

- $10^3 = 1000$, $10^4 = 10000$, $10^{-2} = \frac{1}{100}$, $10^{-6} = \frac{1}{1\,000\,000}$
- n = 10^{-9}, $\mu = 10^{-6}$, m = $1/1000$, c = $1/100$, d = $1/10$, h = 100, k= 1000, M=10^6, , G=10^9,
- $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$ und $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$
- Achtung, es hat sich eingebürgert z.B. cm^2 zu schreiben, wo eigentlich $(\mathrm{cm})^2$ gemeint ist. So ergibt

  $$(\mathrm{cm})^2 = (\frac{1}{100} \cdot \mathrm{m})^2 = \left(\frac{1}{100}\right)^2 \mathrm{m}^2 = 0.0001 \cdot \mathrm{m}^2$$

- Brüche können erweitert werden $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$. Daraus ergibt sich die Technik 'Zuerst schreiben, dann korrigieren'.
  Schreiben, d.h. k hinzufügen:

  $$8345,7\,\mathrm{m} = 8345,7\,\mathrm{km}$$

  Korrigieren, d.h. k kompensieren, indem man durch 1000 teilt:

  $$8345,7\,\mathrm{m} = \frac{8345,7}{1000}\,\mathrm{km} = 8,3457\,\mathrm{km}$$

- $\frac{a/b}{c/d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$
- $1\mathrm{dm}^3$ =1 l

Beispiel 1.3 Einheiten **4GT950**

Schreiben in der angegebenen Masseinheit. Welche Technik von benutzen Sie dabei?

a) $500\,000\mathrm{m}$ = ... km

b) $5\mathrm{hl} = \ldots$ l

c) $375.5\mathrm{m}$ = ... km

d) $100\mathrm{m}$ = ... cm

e) $36\,500$ W = ... GW

f) $25\,000\,000$ ns = ... s

g) $2.5 \cdot 10^{-6}$ s= ... μs

h) $15 \cdot 10^4$ mm= ... km

i) 23 hl = ... cm^3

j) $450\,\mathrm{cm}^3$= ... cl

k) $14\,\mathrm{m}^3$= ... hl

l) $5\,\mathrm{ml}$= ... mm^3

Beispiel 1.4 Dichte Zylinder **YZPJ14**

Bestimmen Sie die Dichte der Zylinder und der weiteren Objekte.

Material				
Zylinder	1	2	3	4
Masse m [g]			632	584
Volumen V			80 ml	80 ml
Dichte ρ [g/cm^3]				
Dichte ρ [kg/m^3]				
Material				

Definition 1.2 Gewichtskraft

$$F = m \cdot g, \text{ SI-Einheiten: N}$$

m Masse in kg, g Ortsfaktor; meistens auf der Oberfläche des Planeten Erde $g = 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

Beispiel 1.5 Baustelle im Weltraum **BBMXII**

a) Die SUVA will ihre Limite (25 kg auf der Erde) an die Verhältnisse auf dem Mond anpassen $g_{\text{M}} = 1.62$. Wie soll die Limite festgelegt werden?

b) Ein Balken der Masse 95 kg wird auf dem Mond transportiert. Darf er von einem Arbeiter auf dem Mond getragen werden?

Infobox 1.2 Masse vs. Gewicht

- Die Frage “wie schwer ...’ richtet sich auf die Gewichtskraft [N]. Das Interesse liegt darauf, wie stark ein Objekt gegen ein anderes drückt (z.B. Balken auf Schultern des Arbeiters). Das Gewicht (=Gewichtskraft) ist *abhängig* vor Ort, an dem sich der Gegenstand befindet.
- Die Frage “welche Masse hat ...” richtet sich nach der Masse [kg], die oft mit dem Volumen, dem Näherwert [kJ, kcal] oder der Anzahl der Atome [mol] gekoppelt ist. Die Masse ist *unabhängig* vor Ort, an dem sich der Gegenstand befindet.

Beispiel 1.6 Masse oder Gewicht? **84J2YS**

Wonach wird gefragt, nach der Masse oder dem Gewicht? Schätzen/berechnen Sie die Antworten auf die Fragen.

a) Wie schwer ist deine Tasche?

b) Wie viel Kraft braucht man um eine Hantel von 20 kg zu heben?

c) Welche Masse hat die Hantel auf dem Mond?

d) Wie schwer ist sie auf dem Mond?

e) Welche Masse hat sie in der Schwerelosigkeit?

f) Wie schwer ist sie in der Schwerelosigkeit?

g) Welche Masse hat ein Güterzug?

h) Ist die Aufgabe schwer?

Korrigieren Sie die Aussagen wenn nötig

i) Eine Person ist 80 kg schwer.

j) Ein Brot ist 250 g schwer.

k) Ein Tennisball ist auf dem Mond weniger schwer, deshalb kann man ihn höher werfen.

Beispiel 1.7 Waage auf dem Mond **173625**

Ich habe ein Stück Schokolade, 100 g und eine elektronische Waage, die auf der Erde geeicht ist, d.h. $F = 0.1 \cdot 9.81 \frac{\mathrm{kg \cdot N}}{\mathrm{kg}} = 0.981\,\mathrm{N}$

a) Wie schwer ist Schokolade auf dem Mond (Gewichtskraft, $g_M = 1.62\mathrm{N/kg}$)?

b) Welche Masse zeigt die Waage (fläschlicherweise) auf dem Mond?

c) Welche Masse hat ein Stück Schokolade, das auf dem Mond die Gewichtskraft $F_G = 0.981\,\mathrm{N}$ hat?

d) Wie viel Schokolade kann ich auf dem Mond essen? Wie viel Schokolade kann ich auf der Erde essen?

Infobox 1.3 Schwere/dichte Materialien

Wir unterscheiden

A) dichte Materialien, $\rho = \frac{m}{V}$ ist gross, also haben sie viel Masse pro Volumen

B) schwere Gegenstände, $F = m \cdot g$. Sie haben also nicht nur eine grosse Masse, sondern sie befinden sich auch an einem Ort mit grossem Ortsfaktor

C) Gegenstände mit grosser Masse m.

Die Aufgabenstellung am Anfang "Notieren Sie 3 schwere Materialien" müsste man jetzt, wo wir einen präsiseren Wortschatz haben anders stellen. Vielleicht so: "Notieren Sie 3 Materialien mit grosser Dichte."

Beispiel 1.8 Druck ist ... **2Y8ZUF**

a) die Kraft, die auf Gegenstände einwirkt.

b) eine Kraft, die Gegenstände an die Seite drückt.

c) eine Kraft, die etwas fortbewegt.

d) eine Druckkraft, die auf etwas drückt.

e) wenn eine Kraft auf eine andere Sache einwirkt.

Definition 1.3 Druck

$$p = \frac{F}{A}, \text{ SI-Einheiten: } \mathrm{Pa} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

F Kraft in N, A Fläche in m^2

Beispiel 1.9 Druck **8FB1HI**

a) Notieren Sie 3 Orte, Geräte oder Experimente mit grossem Druck.

b) Notieren Sie 3 Orte, Geräte oder Experimente mit kleinem Druck.

c) Wie lässt sich ein besonders kleiner Druck herstellen?

d) Wie lässt sich ein besonders grosser Druck herstellen?

e) Wie lässt sich festellen, dass ein grosser Druck herrscht?

f) Wie lässt sich der Druck messen?

Beispiel 1.10 Schneeschuhe vs. Normale Schuhe 918986

Person 75 kg., Berechnen Sie den Druck auf der Schuhsohle

a) Sie steht auf beiden Beinen. (Fläche pro Schuh A_1=150 cm^2).

b) Sie steht auf einem Beinen.

c) Sie steht auf beiden Beinen. (Fläche pro Schneeschuh A_2=800 cm^2).

d) Auflagefläche beim Velofahren und Reifendruck 4 bar.

1.1 Mathematik: Rechnen mit Parametern

Infobox 1.4 Das Gleichheitszeichen

Gleichungen bleiben wahr, solange auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens die selben Operationen durchgeführt werden.

- auf beiden Seiten $+p$
- auf beiden $\cdot p$ (falls $p \neq 0$)

Beispiel 1.11 Lineare Gleichungen lösen R7B3FX

Löse nach x auf

a) $x + a = 2$

b) $x + a = 2 \cdot a - 3 \cdot x$

c) $g \cdot 2 \cdot x - g \cdot 3 \cdot a = g \cdot x + g \cdot a$

d) $M + x \cdot m + x \cdot a = x \cdot V$

e) $g \cdot M + x \cdot g \cdot m + x \cdot g \cdot a = x \cdot g \cdot V \cdot r$

Überprüfe die Lösungen

f) $x + 2a = 10$ und $x = -2a + 10$

g) $x + a = 3a - 3x$ und $x = \frac{a}{2}$

h) $x + g \cdot a = g \cdot 3 \cdot a$ mit $x = 2 \cdot a$

i) $g \cdot M + x \cdot g \cdot m + x \cdot g \cdot a = 0$ mit $x = -\frac{M}{a+m}$

Infobox 1.5 Lineare Gleichungen

Die Gleichung

$$p \cdot x + q \cdot x = a$$

in der Unbekannten x hat die Lösung

$$x = \frac{a}{p+q}$$

Infobox 1.6 Spezialfälle

Gesondert muss behandelt werden, wenn eine Gleichung

- mit p multipliziert wird
- mit a/p multipliziert wird

und nicht ausgeschlossen werden kann, dass $p = 0$.
Vorgehen:

A) Gleichung lösen für $p \neq 0$

B) $p = 0$ setzen, Gleichung lösen für diesen Fall

Beispiel 1.12 Lineare Gleichungen lösen E13RR8

Löse nach x auf

a) $2 + a \cdot x = 4a^2 \cdot x$

b) $8 + 4a \cdot x = 4a^2 \cdot x$

c) $6a \cdot x = 2a^2 - 1 \cdot x$

d) $7 - 5a \cdot x = a^2 \cdot x$

Dieses Vorgehen kann ausgeweitet werden auf eine Vielzahl von Termen, wenn man u.a. folgende Funktionen und ihre inversen Funktionen kennt.

Infobox 1.7 Inverse Funktion

Funktionen können eliminiert werden, indem die inverse Funktion auf beiden Seiten der Gleichung angewendet wird (sei x die Unbekannte):

Funktion	Umkehrfunktion
Umkehrfunktion	Funktion
$y = \sin(x)$	$\arcsin(y)$
$y = \cos(x)$	$\arccos(y)$
$y = x + p$	$y - p$
$y = x \cdot p$	$y \cdot \frac{1}{p}$
$y = x^2$	$\sqrt{y}$
$y = x^n$	$\sqrt[n]{y}$
$y = 2^x$	$\log_{10}(y)$

Die Tabelle kann von links nach rechts *und umgekehrt gelesen* werden.
Zur letzten Zeile: Die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion ist im Allgemeinen der Logarithmus. Die Basis des Logarithmus spielt keine Rolle, weder die Basis der Exponetialfunktion (hier Basis 2), die des Logarithmus (hier wurde die Basis 10 gewählt).
Nach dem Logarithmieren kann folgendes Logarithmengesetz verwendet werden:

$$\log_b(a^x) = x \cdot \log_b(a)$$

Es gilt falls $a, b > 0$.

Beispiel 1.13 Gleichungen auflösen **S3ZA1Z**

Lösen Sie die Gleichungen ohne Diskussion der Spezialfälle.

a) $\tan(\alpha) = \frac{z}{x}$, löse nach α auf.

b) $c = 5 \cdot \sin(\alpha)$, löse nach α auf.

c) $2 + a \cdot x^2 = 4a$, löse nach x auf.

d) $6a \cdot \sqrt{x} = 2a^2 - 1$, löse nach x auf.

e) $2a + a \cdot 5^x = 4a$, löse nach x auf.

f) $7 + 3a \cdot \sqrt[6]{x} = 21a$, löse nach x auf.

g) $2 + a \cdot x^2 = 4a \cdot x$, löse nach x auf.

h) $\frac{t^4}{a+2b+3c} = 1$, löse nach t auf.

i) $5^t = 8$, löse nach t auf.

j) $b \cdot (6 + 3^t) = a$, löse nach t auf.

1.2 Doppelbrüche

Infobox 1.8 Doppelbrüche

- $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
- $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$
- $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{b}$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Dies gilt nur, falls der Nenner nicht 0 ist.

Beispiel 1.14 Bruchrechnen **Q2YL9S**

Überprüfe die Rechengesetze mit Zahlenbeispielen. Schreiben Sie dazu ganze Zahlen als Brüche z.B. $5 = \frac{10}{2}$ oder $2 = \frac{6}{3}$

Beispiel 1.15 Bruchrechnen **P1XQ8T**

Vereinfache. Schreibe die Ausdrücke zuerst auf einen Bruchstrich und kürze dann.

a) $1/3 \cdot 2/3$

b) $2/4 \cdot 6/7$

c) $\frac{6/3}{3/4}$

d) $\frac{11/12}{6/3}$

e) $x/a \cdot 2/3$

f) $2/a \cdot x/7$

g) $\frac{x/a}{3/4}$

h) $\frac{x/12}{6/a}$

Beispiel 1.16 Bruchrechnen **Q2yR9S**

a) Wir haben $a =$N/kg und $\mathrm{N} = \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s^2}}$. Schreibe a als Funktion von m und s.

b) Wir haben $t = \sqrt{\frac{\mathrm{m}}{g}}$ und $g = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$. Schreibe t als Funktion von s.

c) Wir haben $t = v/a$, $v =$m/s und $a = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$. Schreibe t als Funktion von s.

d) Wir haben $F = A \cdot \rho \cdot v^2$, $v =$m/s, A=m^2 und $\rho = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$. Schreibe F als Funktion von s,m und kg. Benutze auch

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

KAPITEL 2

Fluide

Lernziele 2.1 Flüssigkeiten, Festkörper, Gase

- Die Studierenden kennen den Schweredruck
$$p = \rho \cdot h \cdot g$$
Sie können damit Druckänderungen mit Höhenänderungen in Verbindung bringen.
- Die Studierenden kennen das Hebelgesetz:
$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$
- Die Studierenden können das hydrostatische Paradoxon erklären.
- Die Studierenden können erklären, weshalb der Luftdruck in der Atomosphäre nicht linear abnimmt.
- Die Studierenden kennen den Normaldruck und dessen Ursprung.
- Sie können erklären, weshalb Objekte sinken, schweben oder schwimmen.
- Sie kennen die Auftriebskraft als
$$F_{\text{Auftrieb}} = V_{\text{m}} \cdot \rho_{\text{m}} \cdot g \ ,$$
oder alternativ als *Prinzip von Archimedes*: ‘ Auftriebskraft ist gleich Gewichtskraft des verdrängten Mediums.’
- Sie kennen das Prinzip von Pascal: Überall in einer Flüssigkeit gilt
$$p_1 = p_2$$
- Die Studierenden kennen den Aufbau Materie aus Atomen. Sie können die strukturellen Unterschiede zwischen Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen erklären.
- Sie können mit **SI-Einheiten** umgehen. Dazu gehört auch die Wissenschaftliche Darstellung von Grössen bestehend aus Zahlenwert, SI-Vorsatz, Zehnerpotenz und Masseinheit.

Beispiel 2.1 Vorwissen **JEV45E**

a) Wie ist Luft zusammengesetzt? Wie ist Wasser zusammengesetzt? Was sind die Unterschiede?

b) Wo nützen wir den Luftdruck — allgemein Gasdruck — aus? (3 Beispiele)

c) Wie kann man den Luftdruck messen? Welches Instrument würden Sie bauen?

d) Was ist der Unterschied zwischen einem Manometer und einem Barometer?

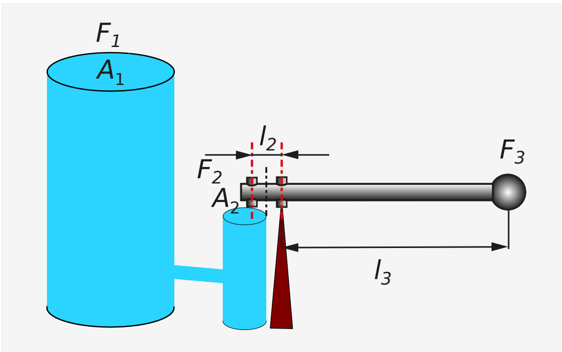
e) Wir verschliessen das Schlauchende an einer Vakuumpumpe mit etwas Frischhaltefolie. Wieso stülpt sie sich nach innen?

Satz 2.1 Prinzip von Pascal

In ruhenden Flüssigkeiten und Gasen ist der Druck überall gleich gross

$$p_1 = p_2$$

Beispiel 2.2 Laborpresse **A2B53C**



Die Laborpresse erzeugt beim Kolben 1 eine Kraft, wie 2 Elefanten (15t). Laborpresse $A_1 = 52.8$ cm^2, $A_2 = 0.9$ cm^2.

a) Berechne den Druck Kolben 2.

b) Berechne die Kraft auf Kolben 2.

c) Berechne die Kraft F_3 auf den Hebel.
$l_3 = 30$ cm, $l_2 = 3$ cm: $F_2 \cdot l_2 = F_3 \cdot l_3$

Satz 2.2 Schweredruck

Druck in der Tiefe h einer Flüssigkeit.

$$p = \rho \cdot h \cdot g$$

Einheiten: p in Pa, ρ in kg/m^3, h in m, g in N/kg.

Beispiel 2.3 Prinzip von Pascal oder Schweredruck? **0XN7ND**

Schweredruck und das Prinzip von Pascal sind miteinander im Gegensatz. Ist der Druck in einer Flüssigkeit überall gleich (Pascal) oder hängt der Druck von der Tiefe ab? Wie lösen Sie den Widerspruch?

Beispiel 2.4 Herleitung Schweredruck **9WM8MT**

Wir betrachten ein Schwimmbecken mit 5 m Tiefe. Dichte Wasser $\rho = 1$ kg/dm^3.

a) Berechnen Sie den Druck am Grund des Beckens mit Hilfe des Ausdrucks $p = \rho \cdot h \cdot g$

b) Berechnen Sie die Kraft eines Quaders mit den Dimensionen $10\,\mathrm{cm} \times 10\,\mathrm{cm} \times 5\,\mathrm{m}$ auf den Boden des Beckens.

c) Berechnen Sie den Druck zwischen dem Quader und dem Grund des Beckens über $p = \frac{F}{A}$

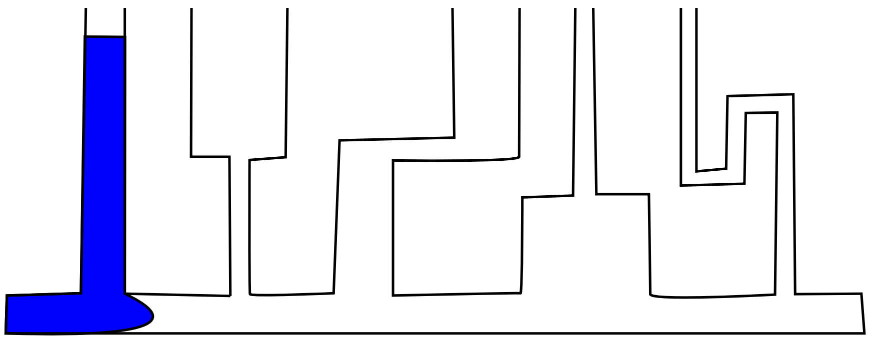
d) Berechne allgemein den Druck auf die Auflagefläche eines Quaders mit Dichte ρ, Auflagefläche A und Tiefe h.

Beispiel 2.5 Hydrostatisches Paradoxon **77FF3E**

Es wird so lange Wasser eingefüllt, bis die erste Röhre gefüllt ist wie eingezeichnet. Zeichnen Sie die resultierenden Verteilung in den Röhren ein.

a) Beachten Sie den Schweredruck $p = \rho \cdot h \cdot g$

b) Wir folgern daraus — dass bei gleichem Füllstand — Röhren mit kleiner Grundfläche eine kleine Kraft auf die Flüssigkeit ausüben. Was folgt daraus für den Füllstand der Röhren?



Beispiel 2.6 Heizungsanlage **02TTUT**

Druck gemessen in Keller 3.5 bar, im 6. Stock (in 15 m Höhe) 2.0 bar. Ist die Anlage dicht?
Absoluter Druck:

$$p = p_0 + p_s$$

Beispiel 2.7 Quecksilber-Barometer **WNVHB5**

Um wie viel fällt ein Quecksilber-Barometer, wenn es auf den Puy-de-Dôme $\Delta h = 800$ m getragen wird?
Dichte Luft $\rho_l = 1.2$ kg/m^3; Dichte Quecksilber $\rho_q = 13\,546$ kg/m^3

a) Berechne Druckunterschied Fuss-Gipfel.

b) Berechne Quecksilbersäule, die Druckunterschied entspricht.

Beispiel 2.8 Luftsäule über uns **X2ZRKL**

- Wie hoch ist Luftsäule über uns, damit Luftdruck von 1 bar entsteht?
- Vergleichen Sie mit der Höhe des Mt. Everest, 8848 m. Was atmet denn Reinhold Messner ein?
  Dichte Luft $\rho = 1.2$ kg/m^3.

Infobox 2.1 Normaldruck

Die Luftsäule über uns, erzeugt einen Druck, von ca. 1 bar ($100\,000$ Pa)
Es wurde vereinbart, dass in präzisen Rechnungen ein Druck (Normaldruck) von $p_0 = 101\,325$ Pa = 1.01325 bar angenommen wird.

Infobox 2.2 Barometrische Höhenformel

In einem kompressiblen Gas ist der Druck

$$p(h) = p_0 \cdot \exp(-\frac{g \cdot \rho_0}{p_0} \cdot h)$$

- h Höhe über Meer
- p_0 Normaldruck
- ρ_0 =1.29 kg/m^3 Normaldichte von Luft bei 20 °C.

Satz 2.3 Auftriebskraft

Kraft einer Flüssigkeit/eines Gases der Dichte ρ_m auf das verdrängte Volumen V_m

$$F_\mathrm{Auftrieb} = V_\mathrm{m} \cdot \rho_\mathrm{m} \cdot g$$

Einheiten: F in N, V in m^3, ρ in kg/m^3, g in N/kg.

Beispiel 2.9 Herleitung Auftriebskraft **4VPMAT**

a) Berechne Druck auf Quader, unten p_1. Benutze dazu die Grössen: Druck oben p_2, Dichte der Flüssigkeit ρ, Grundfläche A, Höhe h

b) Berechne Kraft auf untere Fläche und obere Fläche

c) Berechne Differenz der Kräfte $\Delta F = F_1 - F_2$

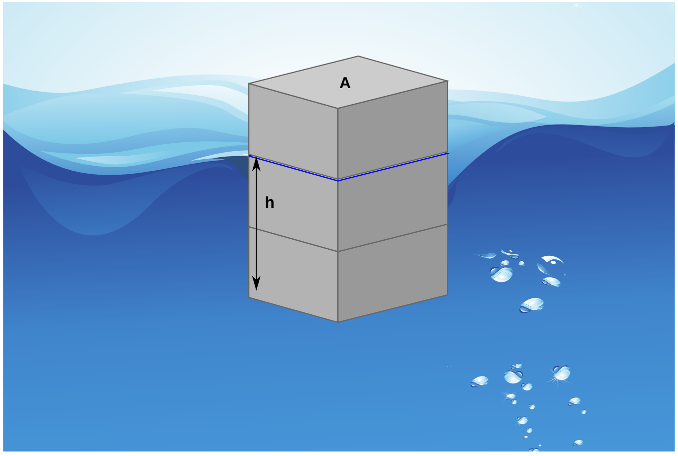
Infobox 2.3 Gleichgewicht der Kräfte

Es ist ein ein allgemeines Prinzip, dass sich ein Objekte nicht bewegt, wenn die Kraft nach oben gleich gross ist, wie die Kraft nach unten

$$F^\downarrow = F^\uparrow$$

Ist eine Kraft grösser als die andere, bewegt sich das Objekt in Richtung der grösseren Kraft.

Beispiel 2.10 Brückenbau **269913**



Wie weit taucht das Brückenelement ins Wasser ein?
Masse Brückenelement $m = 218.9\text{t}$, Grundfläche 50 m^2.

Beispiel 2.11 Wieviele Ballone braucht es, damit die Katze fliegt? **030714**

Katze $m_{\text{Ka}} = 3.4\text{kg}$, Ballon-Hülle $m_{\text{Ba}} = 0.003$ kg, Füllung: Helium, $V = 15\text{dm}^3$, Luftdichte $\rho_{\text{Luft}} = 1.2\text{kg/m}^3$.

Beispiel 2.12 Schwimmen **77FF3E**

Der Ball sinkt im reinen Spritus auf den Boden (Dichte Spiritus 789 kg/m^3). Im Wasser (grün) schwimmt er oben auf. Leert man den Spiritus vorsichtig in das Gefäss mit Wasser (keine Durchmischung), dann ist die neue Gleichgewichtslage des Balls

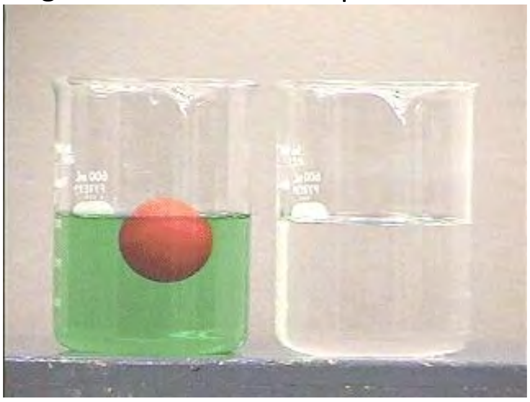
a) nach unten verschoben.

b) nach oben verschoben.

c) auf gleichem Niveau.

Grün gefärbtes Wasser Spiritus

Ball schwimmt



Ball sinkt

KAPITEL 4

Thermodynamik

Lernziele 4.1 Temperatur und Längenausdehnung

- Die Studierenden kennen verschiedene *Arten* um Objekte zu kühlen. Sie kennen Beispiele dazu aus Alltag und Technik.
- Sie kennen die mikroskopischen Prozesse die zur Abkühlung führen.
- Sie können den Unterschied von Wärme (=Energie) und Temperatur erklären.
- Sie kennen den absoluten Nullpunkt der Temperatur 0 K oder $-273.15\ °$ C
- Sie können eine Längenausdehnung $\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$; in m aus der Temperaturänderung ΔT berechnen.
- Sie können eine Volumenausdehnung $\Delta V = V \cdot \gamma \cdot \Delta T$; in m^3 aus der Temperaturänderung ΔT berechnen.
- Sie können Änderungen von Flächen und Volumen bei Temperaturänderung mit Hilfe des Längenausdehnungskoeffizienten berechnen

$$\begin{aligned} \Delta A &= A_0 \cdot 2\alpha \cdot \Delta T \\ \Delta V &= V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta T \end{aligned}$$

- Sie kennen den Zusammenhang zwischen Längen- und Volumenausdehnung $\gamma = 3\alpha$.
- Die Studierenden können eine Dichteänderung

$$\rho(T) = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \Delta T}$$

aus der Temperaturänderung ΔT berechnen.

Beispiel 4.1 Wärmen/Kühlen **NMK2MK**

Das Bild zeigt das Eisschlagen zu einer Zeit, als der Tiefkühler noch nicht erfunden wurde.

A) Beschreiben wie Sie im Alltag etwas Kühlen (in den Kühlschrank schieben gilt nicht).

B) Was ist das mikroskopische Prinzip, die zur Abkühlung führt?

C) Kann diese Vorgehen auch mit einer Maschine angewand werden? Beschreiben Sie die Maschine.

Beispiel 4.2 Vorwissen Wärme/Temperatur **I31R3R**

a) Ein Stück trockenes Holz erscheint uns warm auf der Haut. Wie wärmt es uns? Umgekehrt: Ein Stück Aluminium erscheint kalt auf der Haut, wie kühlt es uns?

b) Styropor ist isolierend. Beschreiben Sie den Unterschied mikroskopisch: Weshalb/wie isoliert ein Stück Styropor? Warum isoliert ein Stück Stahl nicht?

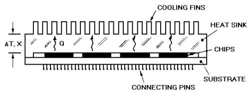
c) Wir haben gesehen, dass Wärme aufgenommen wird und abgegeben werden kann. Aus welchem 'Stoff' besteht aber Wärme selber?

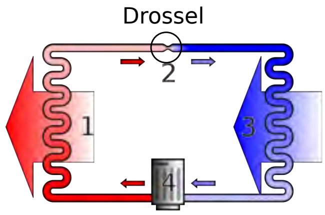
d) Wir sind im Schulzimmer und berühren ein Stück Holz. Es es erscheint uns warm. Wir berühren danach ein Stück Metall und es scheint uns kalt. Welches der beiden ist wärmer?

e) Welche Materialien leiten Wärme gut? Welche Materialien leiten elektrischen Strom gut? Angenommen wir fänden einen neuen Kunsstoff, der erst bei 1000°C schmilzt. Wir würden eine superleichte Camping-Pfanne aus diesem leichten Kunststoff bauen. Weshalb wäre diese Pfanne trotzdem nicht brauchbar?

Infobox 4.1 Kühlprozesse: Technik/Alltag







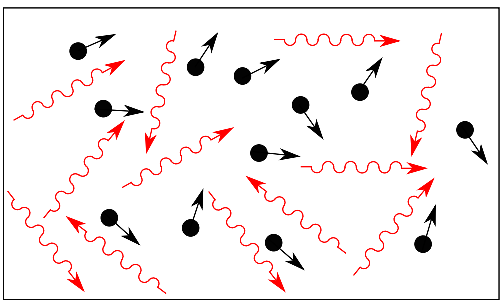



Prinzip	Phasenüberga	Abstrahlung	Wärme-Austausch	Expansion Gas
Anwendung	Kühlturm	Radiator (auf Mikrochip)	Kontakt Radiator-Mikrochip	Kältemaschine
Alltagsphänomen	Blasen über Suppe Schwitzen am Körper	(Notfall Isolierdecke)	Kalter Löffel im Tee	Luft ablassen beim Velo Ablassen der Soda-Gaspatrone
Physikalische Prozesse	Durchschnittliche thermische Energie wird gesenkt	Wärme entweicht durch Strahlung	Equilibrierung (Erhöhung der Entropie)	Abbremsen der Atome an den Wänden bei der Expansion

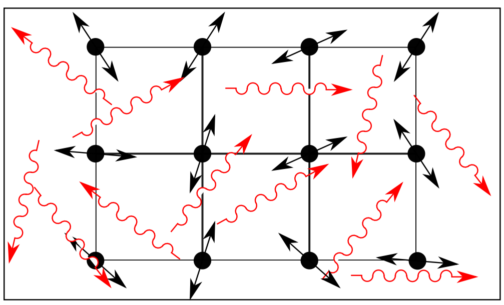
Infobox 4.2 Warme Materie

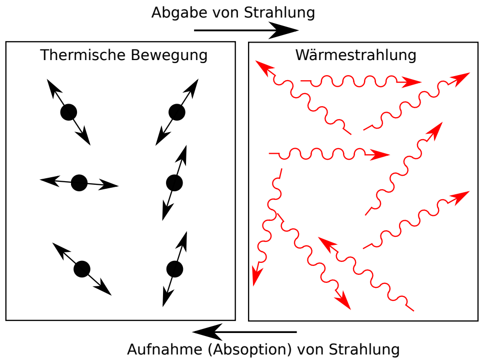
Temperatur entsteht durch thermische Anregung der Materie. Wir können unter dem Mikroskop die Bewegung der Atome beobachten.

Warme Flüssigkeit/Gas:
Atome (schwarz) bewegen sich und sind im Gleichgewicht mit der Wärmestrahlung



Warm Festkörper:
Atome (schwarz) vibrieren um feste Gitterposition und sind im Gleichgewicht mit der Wärmestrahlung





Infobox 4.3 Temperatur

In der warmen Materie steht die Bewegung der Atome im Gleichgewicht mit der Wärmestrahlung. Die Atome nehmen Strahlung auf (Absorption) und geben Strahlung ab (Emission).

Infobox 4.4 Temperatur $\neq$ Wärme

Wärme ist eine Energie [gemessen in J]. Sie kann die Temperatur [gemessen in K] der Materie erhöhen — muss aber nicht.

Beispiel 4.3 Absoluter Nullpunkt **E4IYSD**

T [°C]	0	20	40	60
V [l]	1.12	1.20	1.28	1.36

Bestimmen Sie die Temperatur, wo $V = 0$

Definition 4.1 Absolute Temperature, SI-Einheiten: K

$$T = \theta + 273.15\,K$$

θ Temperatur in °C

Beispiel 4.4 Temperaturdifferenz in K

a) 1 l Wasser von 18°C auf 95°C erwärmen

b) Glacé von 12°C auf -18°C tiefkühlen

Infobox 4.5 Temperatur

- Temperatur ist ein Mass für die Teilchenbewegung.
- heiss (warm) = viel Bewegung; kalt = wenig Bewegung
- Temperatur wird mit Thermometer gemessen
- Wärme ist in Physik eine **Energie**, und nicht eine Temperatur

Definition 4.2 Längenausdehnung, SI-Einheiten m

Temperaturdifferenz T in K, Anfangslänge l_0 in m, α Längenausdenhnungskoefffizient in $\frac{1}{\mathrm{K}}$.

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Infobox 4.6

Ausdehnung lineare Dimensionen (werden in m gemessen) Alle linearen Dimensionen r, d, d, l, U (Radius, Durchmesser, Diagonale, Länge, Umfang) dehnen sich gemäss Definition 4.2 aus.

Beispiel 4.5 Brücke **364820**

Brücke 400 m, Temperaturdifferenz Sommer-Winter 20°C. Längendifferenz?

$$\alpha = 8 \cdot 10^{-6}\ /\mathrm{K}$$

Beispiel 4.6 Aufschrumpfen **250901**

Durchmesser Anfang/Ende $d_1 = 937$ mm, $d_2 = 941$ mm α =11.8·10^{-6}/K $\Rightarrow$ ΔT=?

1. Umfang U_1 und U_2, abrollen
2. U_2 als Funktion von U_1 und δl, d.h. auch von ΔT
3. Auflösen nach T

Beispiel 4.7 Chromstahl/Eisen **979994**

$$\alpha_{\text{Chromst.}} = 16 \cdot 10^{-6}/\text{K}, \ \alpha_{\text{Stahl}} = 11.8 \cdot 10^{-6}/\text{K}$$

Wir haben einen Stahlzylinder (500 mm Durchmesser) und einen darum einen Chromstahlring. Dazwischen gibt es ein Spiel von 0.08 mm bei Raumtemperatur. Wie verändert sich das Spiel wenn wir die Anordnung um $\Delta T = 100$ K erwärmen. Vorgehen:

a) Ausdehnung Zylinder, Chromstahlring?

b) Änderung Spiel?

c) Spiel bei $\Delta T = 100\text{K}$?

Beispiel 4.8 Rohling (Volumen) **712190**

Wir betrachten einen Rohling aus Stahl. Es ist ein Würfel mit Kantenlänge $l_0 = 1$ dm.

$$\alpha = 11.8 \cdot 10^{-6}/\text{K}$$

a) Berechnen Sie die Längenausdehnung einer Kante für die Erwärmung um ΔT= 400 K

b) Berechnen Sie das Volumen vor der Ausdehnung (V_0) und nach der Ausdehnung (V_1) exakt in dm^3.

c) Berechnen Sie daraus den Volumenzuwachs $\Delta V = V_1 - V_0$

d) Wie könnte man V_1 und ΔV nähern?

e) Wie gross ist der Fehler der Näherung?

Infobox 4.7 Ausdehnung von Flächen und Volumina

Alle Flächen A_0 (gemessen in m^2) dehnen sich mit 2α aus

$$\Delta A = A_0 \cdot 2\alpha \cdot \Delta T$$

Alle Volumina V_0 (gemessen in m^3, oder Liter l) dehnen sich mit 3α aus

$$\Delta V = V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta T$$

Die exakte Form der Flächen und Volumina spielt keine Rolle.
Einheiten: $\Delta A, A_0$ in m^2, $\Delta V, V_0$ in m^3, α in 1/K und ΔT in K.

Satz 4.1 Volumenausdehnung von fest und flüssigen Stoffen

$$\Delta V = V \cdot \gamma \cdot \Delta T \text{ mit } \gamma = 3\alpha$$

Dies gilt aber *nicht* für Gase.
Einheiten: $\Delta V, V_0$ in m^3, α, γ in 1/K und ΔT in K.

Beispiel 4.9 Messbecher **814874**

Wir füllen Ethanol in einen Messbecher (beide haben die Temperatur 20°C) und stellen es in den Kühlschrank. Dort kühlen beide auf 5°C ab.

a) Messbecher 250 ml, $\alpha = 180 \cdot 10^{-6}/\mathrm{K}$; ΔV_b=?

b) Ethanol 250 ml, $\gamma = 1.4 \cdot 10^{-3}/\mathrm{K}$; ΔV_E=?

c) Wie gross erscheint das Volumen des Ethanol nach dem Abkühlen?

Satz 4.2 Dichteänderung

$$\rho(T + \Delta T) = \frac{\rho_0(T)}{1 + \gamma \cdot \Delta T}$$

Einheiten: ρ, ρ_0 in $\mathrm{kg/m^3}$, γ in 1/K und ΔT in K.

Es folgt daraus

$$\rho(T + \Delta T) = \frac{m_0/V_0}{1 + \gamma \cdot \Delta T} = \frac{m_0}{V_0 + V_0\,\gamma \cdot \Delta T}$$

Beispiel 4.10 Flüssigkeitsthermometer **NAGPTH**

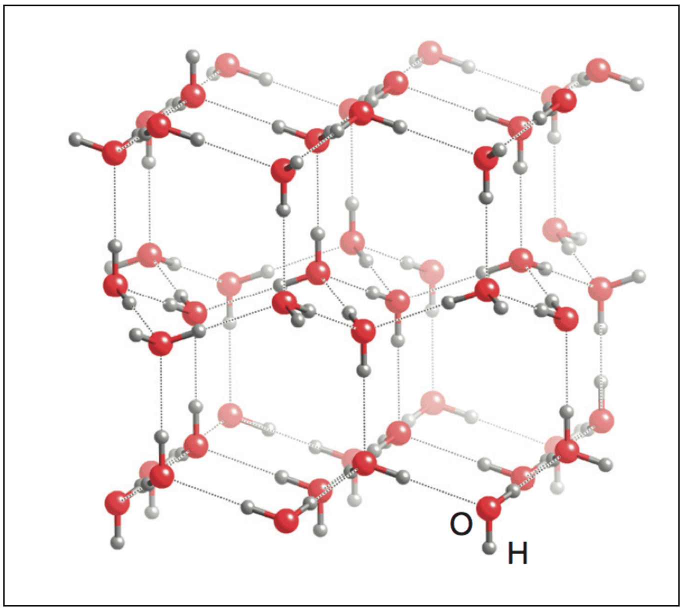
Bei einem Flüssigkeitsthermometer wird meistens Quecksilber oder gefärbter Alkohol in einem Röhrchen verwendet. Der Flüssigkeitspegel im Röhrchen zeigt die Temperatur an. Warum verwendet man kein Wasser?

a) Wasser gefriert bei 0°C und würde dann das Röhrchen sprengen.

b) Das Röhrchen würde zu schnell verkalken.

c) Bei einer Temperaturzunahme von 2°C auf 4°C würde der Pegel im Röhrchen sinken.

d) Keine der obigen Aussagen ist richtig.



Hier auch in 3D.

KAPITEL 5

Wärme

Lernziele 5.1 Wärme und Energieerhaltung

- Die Studierenden kennen das Gasgesetz $\frac{p \cdot V}{T} = c$ oder

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

- Die Studierenden kennen den Wirkungsgrad $\eta = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}}$; ohne Einheiten
- Die Studierenden kennen die Leistung $P = \frac{E}{t}$; in $\frac{\text{J}}{\text{s}}$ = Watt
- Die Studierenden wissen, dass in abgeschlossenem System die Energieerhaltung gilt und dass dabei die Wärmeenergie mit berücksichtigt werden muss.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

- Sie können mit Hilfe der Wärmekapazität c_n die Wärme eines Körpers [in Joule] berechnen

$$Q_n = m_n \cdot c_n \cdot \Delta T_n$$

- Die Studierenden kennen die Wärmekapazität $c_n = \frac{Q_n}{m_n \cdot \Delta T}$, in $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
- Sie kennen die Spezifische Schmelz- und Verdampfungswärme $Q = m \cdot L_f$; in Joule und können das Vorzeichen beim Schmelzen, Gefrieren, Verdampfen und Kondensieren korrekt setzen.

Satz 5.1 Gasgesetz für ideale Gase

Gas wird von Zustand 1 in Zustand 2 gebracht. p Druck, V Volumen, T Temperatur:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

oder auch

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{c}$$

Wichtig: p ist der absolute Druck und T die absolute Temperatur in K.
Einheiten: p in Pa, V in m^3

Definition 5.1 Normalbedingungen

$$T_N = 273.15\,\text{K}, \quad p_N = 101\,325\,\text{Pa}$$

Infobox 5.1 Absolute Grössen im Gasgesetz

- p muss absolut angegeben werden
  BSP1: Manometer zeigt p_1 =0 bar, benutze $p = 101\,325$ Pa

  $$p = p_0 + p_1 = (1.013\,25 + 0)\text{ bar } = 1.013\,25\text{ bar}$$

  BSP2: Manometer zeigt p_1 =7 bar, benutze $p = 8.013\,25$ bar

  $$p = p_0 + p_1 = (1.013\,25 + 7)\text{ bar}$$

- T muss absolut angegeben werden (Thermomter zeigt 0 °C, benutze 273.15 K)
- Bei den Umwandlungen des Gases ist alles erlaubt, wie Abkühlung, Erhitzung, Dilatation und Kompression. Einzig dürfen die Gasteilchen nicht aus dem Behälter entweichen.
- Dichten von Gasen werden in Tabellen meist bei Normalbedingungen angegeben.

Beispiel 5.1 Aufsteigende Luftblasen **L8YMS5**

Volumen in 30 m Tiefe, 50 cm^3 (10 °C).

a) Druck 0 m Tiefe 1 bar, Schweredruck in 30 m Tiefe?

b) Volumen in 0 m Tiefe bei 25 °C ? Angabe in cm^3.

Infobox 5.2 Vergleich Gas-Volumina

Volumina sollen bei Normal-Bedingungen verglichen werden.
(oder bei gleichen p **und** T)

Beispiel 5.2 Tankfüllung Erdgas **530236**

Ein Tank $V = 75$ l wird mit dem Druck $p = 200$ bar befüllt. Dabei erwärmt sich das Gas auf $T = 288$ K.

a) Wieviel Gas kann geladen werden? Geben Sie das entsprechende Gasvolumen bei Normalbedingungen an, V_N.

b) Masse des Gases in Tank? ($\rho_{\text{Erdgas}} = 0.793$ kg/m^3)

Beispiel 5.3 Taucher **2HT7WH**

Ein Taucher befüllt seine 12 l Flasche mit $p = 200$ bar. Dabei ist die Luft 27°C warm. C

a) Wie gross ist das Volumen dieser Luft in der Flasche bei Normaldruck, V_N?

b) Wie gross ist die Masse der Luft in Flasche?

Wie lange kann die Taucherin damit auf einer Tiefe von 15 m tauchen ($T = 15°$C)? D.h. während dem Tauchgang ist die Atemluft ist bei 2.5 bar (1 bar Atmosphärendruck+1.5 bar Schweredruck) absolut und der Enddruck der Flasche beträgt absolut 5.0 bar. Eine durchschnittliche Lunge verbraucht beim Atomen 25 l Luft pro Minute— unabhängig vom Druck des Gases!
Berechne dazu nacheinander

c) Volumen der Luft in Flasche Ende Tauchgang (zurückgerechnet auf Normalbedingungen);

d) Atemvolumen pro Minute bei 2.5 bar (zurückgerechnet auf Normalbedingungen)

e) Zeit für Tauchgang

Definition 5.2 Wärme

Wärme wird durch Energie erzeugt (Energie kann in Wärme ungewandelt werden und umgekehrt).

Definition 5.3 spezifische Wärmekapazität

$$c_n = \frac{Q_n}{m_n \cdot \Delta T}$$

Wärme eines Körpers (ohne Phasenübergang):

$$Q_n = m_n \cdot c_n \cdot \Delta T_n$$

SI-Einheiten: Q_n in J, m_n in kg, c_n in $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}$, ΔT_n in K.

Infobox 5.3 Wärme $\neq$ Temperatur

- Um 100 kg Wasser um ΔT =1 K zu erwärmen, brauchen wir Q_n =4182 J. (4 Häuschen Schokolade verbrennen)
- Um 100 kg Blei um ΔT =1 K zu erwärmen, brauchen wir Q_n =129 J. (0.1 Häuschen Schokolade verbrennen)
- 100 kg gefrorenes Wasser bei 0°C nimmt $333\,500$ J auf (15 Tafeln Schokolade), nur damit es schmilzt, aber es erwärmt sich dabei nicht, d.h. $\Delta T = 0$.

Beispiel 5.4 Fritteuse **611063**

3 Liter Fittieröl wird von 12°C auf 170°C erwärmt.

$$\rho_{\text{Fritt.}} = 930\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \text{ und } c = 2\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg \cdot K}}$$

$$1\mathrm{kWh} = 3.6MJ \text{ und } 1\mathrm{kWh} = 0.2\mathrm{CHF}$$

Berechne nacheinander

a) Masse des Frittieröls

b) Energie für das Aufheizen

c) Stromrechnung für das Aufheizen

Infobox 5.4 Konvention (Buch)

- Alles, was Wärme-Energie aufnimmt, hat positives Vorzeichen. Dabei erwärmt sich das Material oft.
- Alles, was Wärme-Energie abgibt, hat negatives Vorzeichen. Dabei kühlt sich das Material oft ab.
- Wenn wir strikt $Q = m \cdot c \cdot \underbrace{(\vartheta_{\text{Ende}} - \vartheta_{\text{Anfang}})}_{\Delta T}$ verwenden, ist richtiges Vorzeichen garantiert.

Beispiel 5.5 Was ist Mischtemperatur? (Wasser/Wasser) **030714**

Wasser wird mit Wasser gemischt. Welche Temperatur ϑ_m hat das Gemisch?
$m_{\text{Wasser},1} = 1\text{kg}$, $\vartheta_1 = 20°\text{C}$; $m_{\text{Wasser},2} = 0.75\text{kg}$, $\vartheta_2 = 98°\text{C}$
Gehen Sie wie folgt vor

1. Wenden Sie die Energieerhaltung an
2. Lösen Sie nach ϑ_m auf

$$c_{\text{Wasser}} = 4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Beispiel 5.6 Was ist Endtemperatur? (Wasser/Kupfer) **066982**

Ein Kupferblock wird ins heisse Wasser getaucht. Welche Endtemperatur ϑ_m hat das System nach der Äquilibrierung?
$m_{\text{Wasser}} = 1\text{kg}$, $\vartheta_W = 98°\text{C}$; $m_{\text{Kupfer}} = 1.25\text{kg}$, $\vartheta_K = 20°\text{C}$
Gehen Sie wie folgt vor

a) Wenden Sie die Energieerhaltung an

b) Lösen Sie nach ϑ_m auf

$$c_{\text{Wasser}} = 4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, \; c_{\text{Kupfer}} = 383 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Infobox 5.5 Konvention (Buch, Fortsetzung)

- Schmilzt oder verdampft etwas, steigt der Wärmegehalt ⇒ positives Vorzeichen. Schmelzen:
$$+L_f \cdot m_E$$
- Gefriert oder kondensiert etwas, nimmt der Wärmegehalt ab ⇒ negatives Vorzeichen. Gefrieren:
$$-L_f \cdot m_E$$

Wir können auch die Richtung der Strahlung betrachten, die zu diesem Prozess führen würde

- Schmelzen/verdampfen: Strahlung geht ins Material hinein, dadurch steigt der Wärmegehalt im Material ⇒ positives Vorzeichen.
- Gefrieren/kondensieren: Strahlung wird an die Umgebung abgegeben, daduch nimmt der Wärmegehalt ab ⇒ negatives Vorzeichen

Definition 5.4 Spezifische Schmelz- und Verdampfungswärme

Die Energie, die es zum Verdampfen oder zum Schmelzen braucht.

$$Q = m \cdot L_f$$

Einheiten: Q in J, m in kg, L_f in J/kg

Beispiel 5.7 Phasenänderung **EFGK7G**

Wählen Sie die richtigen Antworten aus:
Wenn eine kleine Wassermenge gefriert,

a) absorbiert sie Energie von ihrer Umgebung.

b) absorbiert sie Kälte von ihrer Umgebung.

c) absorbiert sie Kälte und gibt Energie an die Umgebung ab.

d) absorbiert die Umgebung Energie von ihr.

e) gibt sie weder Energie ab noch nimmt sie Energie auf, weil ihre Temperatur konstant bleibt.

Beispiel 5.8 Tiefkühlerbsen schmelzen **8FB1HI**

Wir schmelzen in einer Pfanne auf dem Kochherd eine Portion Erbsen aus dem Tiefkühlfach. Am Anfang haben die Erbsen die Temperatur -18°C. Nach 2 Minuten beginnen die ersten zu schmelzen. Nach 15 Minuten sind alle geschmolzen.

Nach weiteren 15 Minuten beobachten wir, dass erster Dampf entweicht. Nach einer weiteren Stunde ist nur noch eine schwarze Kruste in der Pfanne.

Zeichnen Sie das Diagramm: Zeit gegen Temperatur. Erkären Sie die verschiedenen Abschnitte auf dem Diagramm: Weshalb ist der Temperaturanstieg $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ manchmal gross und manchmal klein?

Beispiel 5.9 Was ist Endtemperatur? (Wasser/Eis) **450820**

Wir schmelzen Eis in Wasser.

- Wasser: $m_{\mathrm{W}} = 0.1\mathrm{kg}$, $\vartheta_W = 27.5°\mathrm{C}$
- Eis: $m_{\mathrm{Eis}} = 0.015\mathrm{kg}$, $\vartheta_E = -3°\mathrm{C}$

$$c_{\mathrm{Wasser}} = 4182\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}},\ \mathrm{c}_{\mathrm{Eis}} = 2100\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}},\ \mathrm{L}_{\mathrm{f}} = 334\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$$

Beispiel 5.10 Tiefkühlen Suppe **298554**

Energie um Suppe von $\vartheta_W = 25°\mathrm{C}$ und Masse $m_{\mathrm{Wasser}} = 700$ g auf $\vartheta_2 = -18°\mathrm{C}$ abzukühlen?
$c_{\mathrm{Wasser}} = 4182\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}$, $c_{\mathrm{Eis}} = 2100\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}$, $L_f = 333.8\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$

Beispiel 5.11 Wasser verdampfen bei tiefem Druck **HPKRXL**

Wenn man ein offenes Gefäss mit Wasser in eine Vakuumglocke stellt und die Luft aus der Glocke herauspumpt, beginnt das Wasser ab einem bestimmten Zeitpunkt zu sieden. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

a) Durch das Sieden wird das Wasser immer heisser, erreicht aber nicht die Temperatur von 100°C.

b) Das Sieden braucht Energie, dadurch wird das Wasser kälter.

c) Durch das Sieden wird das Wasser immer heisser, bis es die Temperatur von 100°C erreicht hat; danach steigt die Temperatur nicht weiter an.

d) Die Temperatur des Wassers bleibt die ganze Zeit konstant.

Beispiel 5.12 Wasser auf der Kochplatte **FDKUNX**

Auf eine heisse Herdplatte wird etwas Wasser gespritzt. Dabei kann man manchmal beobachten, dass das Wasser nicht sofort verdampft, sondern dass die Wassertropfen auf der Herdplatte gleiten und erst nach einigen Minuten verdampfen. Warum tritt dieses Phänomen auf?

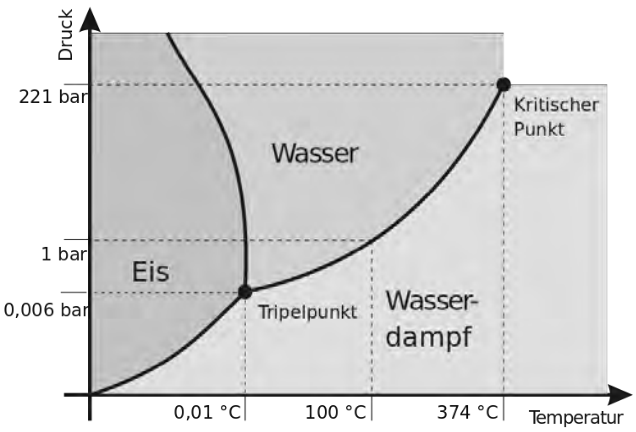
a) In diesem Fall war die Herdplatte noch nicht heiss genug, so dass die Tropfen sich nicht stark genug erwärmen konnten.

b) Die Herdplatte war schon sehr heiss, so dass sich zwischen Wasser und Platte sofort eine Dampfschicht gebildet hat.

c) Die Wassertropfen haben eine grosse Wärmekapazität und werden deshalb nur langsam erhitzt

d) Es handelt sich hier um einen Induktionskochherd.

e) Der Herd kann die Hitze besser auf Metall, also Töpfe, als auf Wasser übertragen.



Beispiel 5.13 Milch mit Wasserdampf erwärmen **176641**

Wie viel Dampf braucht es um Milch und Tasse auf $\vartheta_2 = 60°\text{C}$ zu erwärmen?

- Milch $m_{\text{Milch}} = 300\text{g}$, $\vartheta_M = 6°\text{C}$, $c_{\text{Milch}} = 3.85\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
- Tasse $C_{\text{T}} = 240\text{J/K}$, $\vartheta_2 = 20°\text{C}$
- Dampf $\vartheta_{\text{Dampf}} = 100°\text{C}$.

$$L_v = 22.56 \cdot 10^5 \mathrm{J/kg},\ c_{\text{Wasser}} = 4182 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}}$$

KAPITEL 6

Gleichmässige Bewegungen

Lernziele 6.1 Kinematik, gleichmässige Bewegung

- Die Studierenden kennen den Ausdruck

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2}\vec{a}_0 \cdot t^2$$

  mit den folgenden Parametern

  - $\vec{s}(t)$ Ort, an dem sich ein Objekt zum Zeitpunkt t befindet
  - $\vec{s}_0$ Startort (zum Zeitpunkt $t = 0$)
  - $\vec{v}_0$ Startgeschwindigkeit (zum Zeitpunkt $t = 0$)
  - $\vec{a}_0$ Beschleunigung (erzeugt durch eine äussere *konstante* Kraft, die wirkt zwischen Startzeit $t = 0$ und t)

- Sie können den Ausdruck oben auch für die gleichmässige Bewegung anwenden, bei der die entsprechenden Beiträge wegfallen, denn es gilt $\vec{a}_0 = \vec{0}$ (gleichförmig geradlinige Bewegungen)

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 \cdot t$$

- Sie wissen, dass Positionen und Geschwindigkeiten Vektoren sind. Sie erkennen auch, wann eine Bewegung eindimensional ist und alle obigen Beziehungen ohne Vektorpfeile geschrieben werden können.

- Sie wissen, dass Bewegungen in verschiedenen Raumrichtungen unabhängig voneinander ablaufen (x/y/z-Richtung; sie stehen senkrecht aufeinander).

- Sie kennen die Definition des **Schwerpunktes eines Körpers** und wissen, dass sich ausgedehnte Objekte bei Krafteinwirkung auf den Schwerpukt bewegen, als wäre die gesamt Masse im Schwerpunkt vereint.

- Sie können Ort-Zeit-Diagramm und Geschwindigkeits-Zeit-Digramme für gleichmässige Bewegungen zeichnen.

- Sie kennen die **Durchschnittgeschwindigkeit** [in m/s]

$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

  und die **Momentangeschwindigkeit** (Tangente im s-t-Diagramm)

- Sie können beschleunigte von unbeschleunigten Systemen unterscheiden. Sie wissen, dass sich nur unbeschleunigte System als **Bezugssystem** eignen.
  Mathematik:

- Die Studierenden können lineare Gleichungen mit Parametern formal auflösen.

- Die Studierenden kennen die lineare Funktion $y(x) = x \cdot m + q$ (oder auch $y(x) = y_0 + m \cdot (x - x_0)$). Sie können die Parameter m und q so bestimmen, dass die Funktion verschiedene Anforderungen erfüllt (Steigung, Schnittpunkt, etc.).

6.1 Geraden in $\mathbb{R}^2$

Satz 6.1 Geradengleichung

Der Ausdruck $y = x \cdot m + c$ beschreibt eine Gerade in der x-y-Ebene. Die Paramter sind gegeben z.B. durch

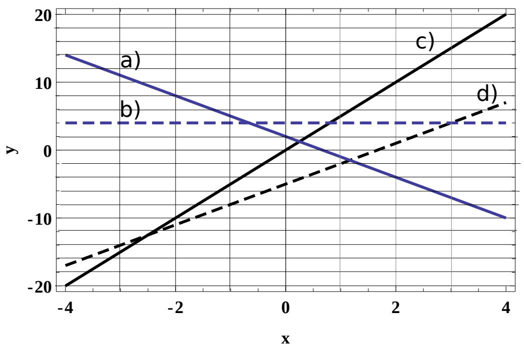
$$c = y(0) \quad m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Infobox 6.1 Funktionen verschieben

- Der Graph der Funktion $y(x-2)$ liegt zwei Einheiten **rechts** von $y(t)$.
- Die Gerade $y(t)$ geht durch den Punkt (x_0/y_0)

$$y(x) = (x - x_0) \cdot m + y_0$$

Beispiel 6.1 Bestimmen Sie die Geradengleichungen **RNXR6J**



Beispiel 6.2 Gerade durch 2 Punkte **0704132**

Bestimmen Sie die Gerade $f(x) = q + m \cdot x$ durch die Punkte

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 120 \end{pmatrix}, \; \vec{P} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Beispiel 6.3 Gerade durch 2 Punkte **145107**

Bestimmen Sie die Gerade $f(x) = q + m \cdot x$ durch die Punkte

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} 2 \\ -9 \end{pmatrix},\ \vec{P} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Beispiel 6.4 Gerade durch 2 Punkte **327231**

Bestimmen Sie die Gerade $f(x) = q + m \cdot x$ durch die Punkte

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} -2 \\ 40 \end{pmatrix},\ \vec{P} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6.2 Algebra mit Parametern

Beispiel 6.5 Gleichung auflösen **ZAH32R**

Lösen Sie die Gleichungen für die angegebenen Parameterwerte

1. $4ax - x \cdot (a-1) = x - 6a^2$ und $a = \big[-15,\ 0.5,\ 20,\ 1000\big]$
2. $(c+3) \cdot x - 2c(x+1) + 4c(x-1) = 6$ und $c = \big[-5,\ -99,\ 520,\ 1200\big]$
3. $(t+1)^2 x - t^2 x = t + 1 - x$ und $t = \big[13,\ 99,\ 9999\big]$
4. $(p+2)(p-3)x + 9 = p(p-1)x - 6p$ und $p = \big[2.5,\ -1.5,\ 98.5\big]$

Beispiel 6.6 Lösen nach jeder Variablen **H7RDZ6**

Lösen Sie die Gleichung nach jeder Variablen auf, ohne Diskussion der Sonderfälle.

a) $s = v \cdot t$

b) $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$

c) $L = 2R + R \cdot \alpha$

d) $S = 2 \cdot (ab + ac + bc)$

Beispiel 6.7 Lösen von Gleichungen mit Parametern **DZWI6V**

Lösen Sie nach x auf. Beachte, dass nach dem Ziehen der Wurzel, immer zwei Möglichkeiten behandelt werden müssen, z.B $x^2 = 3^3$ hat die Lösungen $x = 3$ und $x = -3$, oder kurz

$$x^2 = a^2 \;\Rightarrow\; x = \pm a$$

a) $ax + bx = a + b$

b) $qx - x = q^2 - 1$

c) $(x - b)^2 = (x - a)^2$

d) $(m - x)^2 = (m + x)^2$

e) $(x + a + 1)^2 - (x + a - 1)^2 + 2x - a = 0$

f) $(x - a - b)^2 - (x + a + b)^2 + 8a^2 + 8ab = 0$

g) $(2c + x)(3c - 2x) = 0$

h) $4(x + 3a)(x - 4a) = 0$

i) $px(2x + p)(4x - 5p) = 0$

6.3 Kinematik

Definition 6.1 Schwerpunkt

Treten keine Kräfte auf, oder nur Kräfte, die auf den Schwerpunkt wirken, dann verhält sich ein Körper so, als wäre die Masse des Körpers im Schwerpunkt konzentriert.

Video Schwerpunkt

Definition 6.2 Orts-Zeit- Gesetz (Diagramme)

Orts-Zeit- Gesetz und dessen Diagramme stellen die Position eines Körpers als Funktion der Zeit dar.

$$s(t)$$

Definition 6.3 Geschwindigkeit, SI: $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$v = \frac{s}{t}$$

s Strecke in m, t Zeit in s

Für ein Objekt, das sich mit gleichmässiger Geschwindigkeit v_0 bewegt und das zum Zeitpunkt t_1 beim Ort s_1 steht, können wir die Position $s(t)$ mit folgendem Ausdruck beschreiben

$$s(t) = v_0 \cdot (t - t_1) + s_1 \ .$$

Beispiel 6.8 Joggen **096896**

Es sind zwei Positionen der Person bekannt. Ausserdem wissen wir, dass die Geschwindigkeit konstant ist.

$$s(90\,\mathrm{s}) = 60\,\mathrm{m},\ s(3678\,\mathrm{s}) = 9030\,\mathrm{m}$$

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit in $\mathrm{m/s}$ und $\mathrm{km/h}$

b) Zeichnen Sie ein Diagramm mit den Achsen s (Position) vs. t (Zeit).

c) Zeichnen Sie ein Diagramm mit den Achsen v (Geschwindigkeit) vs. t (Zeit).

d) Wo ist in den Diagrammen die Geschwindigkeit ersichtlich — im s–t-Diagramm und im $v-t$-Diagramm? Wie würden sich die Diagramme verändern, falls die Person doppel so schnell unterwegs wäre?

e) Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck $s(t)$ an, der beschreibt, wo die Person zum Zeitpunkt t steht.

f) Testen Sie ihren Ausdruck bei $t = 90$ s und $t = 3678$ s.

g) Berechnen Sie die Position bei $t = 0$ s, $t = 120$ s und $t = 60$ s.

h) Was bedeutet eine negative Position, also $s(t) < 0$?

i) Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck $v(t)$ an, der beschreibt, welche Geschwindigkeit die Person zum Zeitpunkt t hat.

j) Testen Sie Ihren Ausdruck bei $t = 90$ s und $t = 3678$ s.

k) Berechnen Sie die Geschwindigkeit bei $t = 0$ s, $t = 120$ s und $t = 60$ s.

Beispiel 6.9 Velofahren **ALBM9B**

Es sind zwei Positionen der Person bekannt. Ausserdem wissen wir, dass die Geschwindigkeit konstant ist.

$$s(75\,\mathrm{s}) = 82.5\,\mathrm{m},\ s(95\,\mathrm{s}) = 192.5\,\mathrm{m}$$

Bestimmen Sie nacheinander:

a) die Geschwindigkeit in $\mathrm{m/s}$ und $\mathrm{km/h}$

b) die Position bei $t = 0$ s?

c) die Position bei $t = 120$ s?

d) die Position bei $t = 60$ s?

Beispiel 6.10 Gleichmässige Bewegung: analytischer Ausdruck

Geben Sie einen analytischen Ausdruck für die Position in den folgenden Gelegenheiten an. Es handelt sich immer um eine gleichmässige Bewegung. Wenn nicht anders angegeben, starten Objekte zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $s = 0$.

a) Ein Läufer steht zum Zeitpunkt $t = 5$ s 7 km von mir entfernt. Er rennt mit $v = 12$ km/h auf mich zu.

b) Wir fahren um 12:00 Uhr auf der Autobahn an Dietikon und um 12:20 Uhr an Birrfeld vorbei (gefahrene Strecke 23 km).

c) Ein Elektron macht in einem Synchrontron (Durchmesser 844 m) 111934 Umdrehungen pro Sekunde.

d) Von einem Velo sind folgende Positionen bekannt: s(20 s) = 500 m, s(1680 s) = -50 m.

Beispiel 6.11 Arbeitsweg II **287188**

Zeichnen Sie ein Weg-Zeit-Diagramm (s-t-Diagramm) und berechnen sie die mittlere Geschwindigkeit (km/h, m/s)

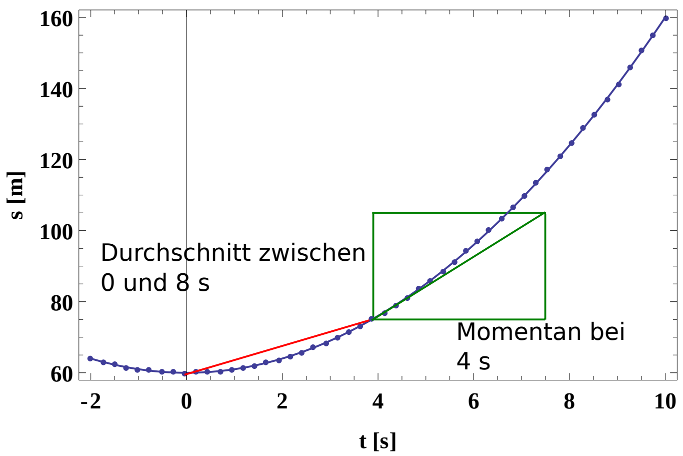
1. 2 km im Quartier mit 40 km/h
2. 2 km auf Hauptstrasse mit 50 km/h
3. 2 km auf Autobahn mit 120 km/h
4. 1 km im Quartier mit 30 km/h
5. 5 min Ausladen
6. **zurück** fahren im Quartier mit 30 km/h
7. 6 km auf Hauptstrasse 50 km/h.

Definition 6.4 Durschnittgeschwindigkeit

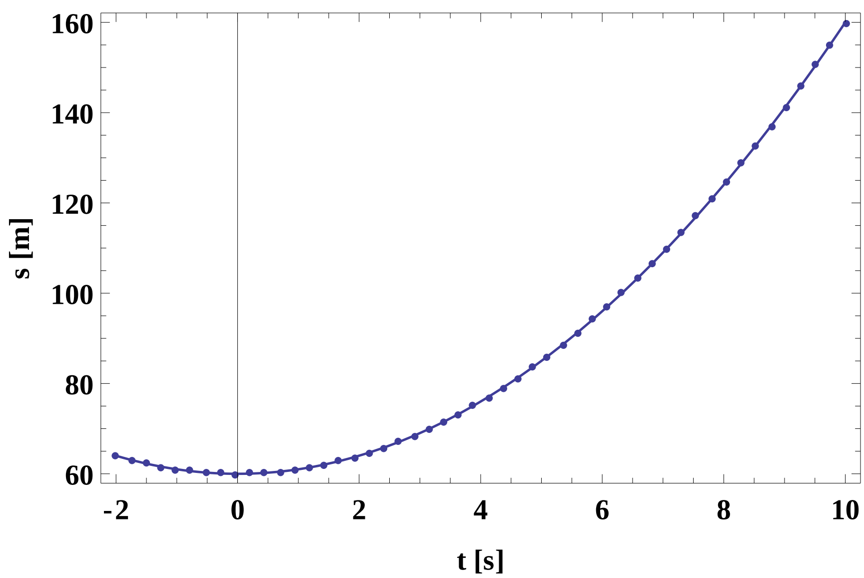
Steigung der Sektante im s-t-Diagramm

Definition 6.5 Momentangeschwindigkeit

Steigung der Tangente im s-t-Diagramm



Beispiel 6.12 Momentan vs Durchschnittgeschwindigkeit 996411



$$s(t) = 2 \cdot \frac{t^2}{2} + 60$$

Angaben in SI Einheiten.
Bestimmen Sie graphisch oder analytisch die Durchschnitts-Geschwindigkeiten zwischen

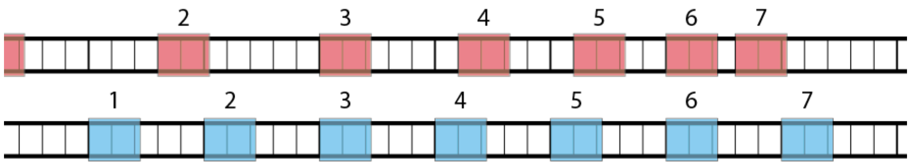
1. 0 und 2 s
2. 2 und 6 s
3. 0 und 5 s

und die Momentangeschwindigkeit bei

4. 4 s
5. 6 s
6. 0 s

Beispiel 6.13 Stroboskop **1QY9NU**

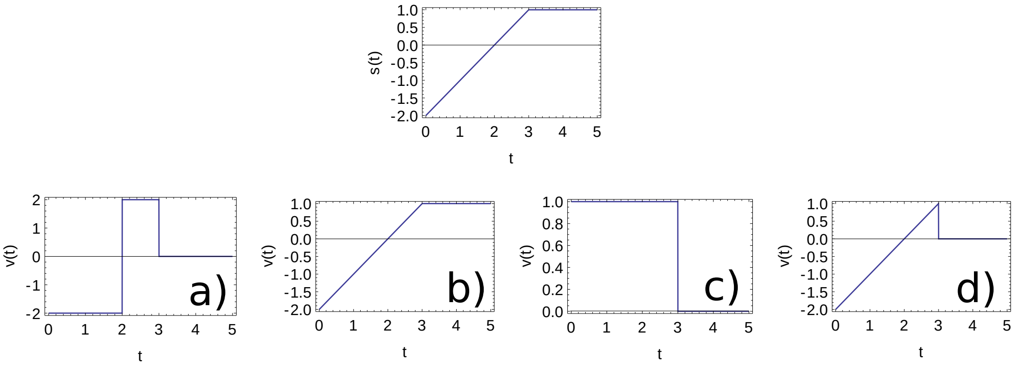
Zwei Lokomotiven bewegen sich auf einer waagrechten Schiene nach rechts. Die Stroboskopaufnahme zeigt die Positionen der beiden Lokomotiven zu den Zeitpunkten 1 bis 7 nach jeweils gleichen Zeitintervallen.
Haben die beiden Lokomotiven irgendwann die gleiche Momentangeschwindigkeit?



1. Nein.
2. Ja, zum Zeitpunkt 3.
3. Ja, zum Zeitpunkt 6.
4. Ja, zu den Zeitpunkten 3 und 6.
5. Ja, irgendwann zwischen den Zeitpunkten 4 und 5.

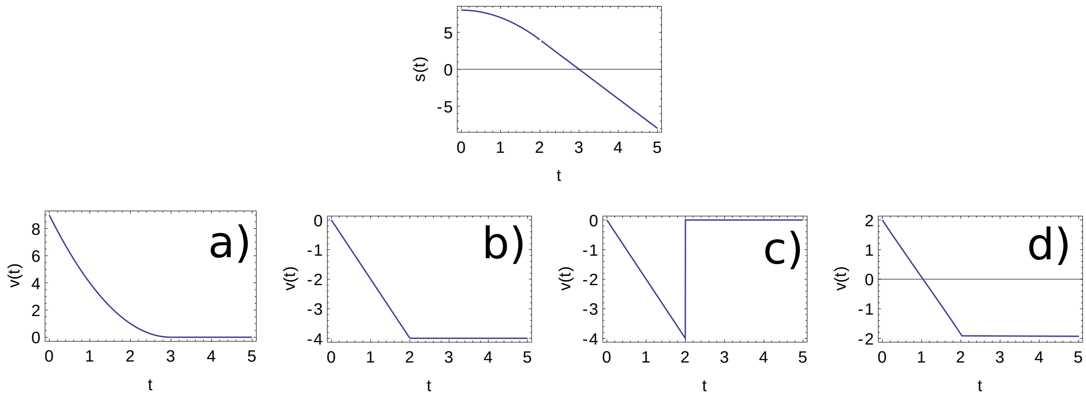
Beispiel 6.14 Geschwindigkeits-Zeit Diagramm **MAXCIT**

Welches der nachfolgenden Geschwindigkeits-Zeit Diagramme repräsentiert die Bewegung des Objekts während des gleichen Zeitintervalls am besten?



Beispiel 6.15 Geschwindigkeits-Zeit Diagramm **NAYDJD**

Welches der nachfolgenden Geschwindigkeits-Zeit Diagramme repräsentiert die Bewegung des Objekts während des gleichen Zeitintervalls am besten?



Definition 6.6 Ort-Zeit-Gleichung bei der gleichförmigen Bewegung

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t$$

s_0 Position zum Zeitpunkt $t = 0$ in m
v_0 Geschwindigkeit in m/s
t Zeit in s

Infobox 6.2 s-t-Gleichung alternativ

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot (t - t_0)$$

t_0: Startzeit, wenn nicht bei $t = 0$ gestartet wird. s_0: Ort an dem sich Objekt bei t_0 befindet

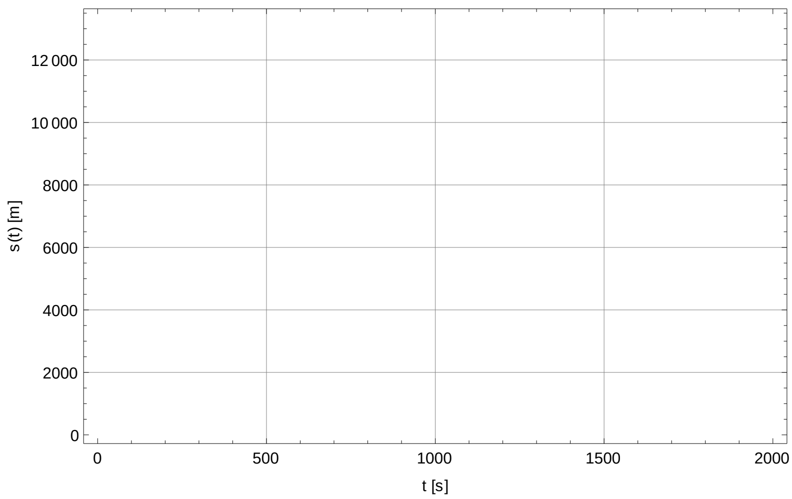
Beispiel 6.16 Rennvelo/Läuferin **BUTE76**

Läuferin: $v_L = 2.5\,\mathrm{m/s}$
Rennvelo: startet bei 10 km und kommt mit $v_R = 5.6\,\mathrm{m/s}$ der Läuferin entgegen.

a) Geben Sie die Position des Läufers und des Velofahrers nach 1000 s an.

b) Drücken Sie die Positionen mit Funktionen aus $s_L(t)$ und $s_R(t)$.

c) Wann und wo kreuzen sie sich?



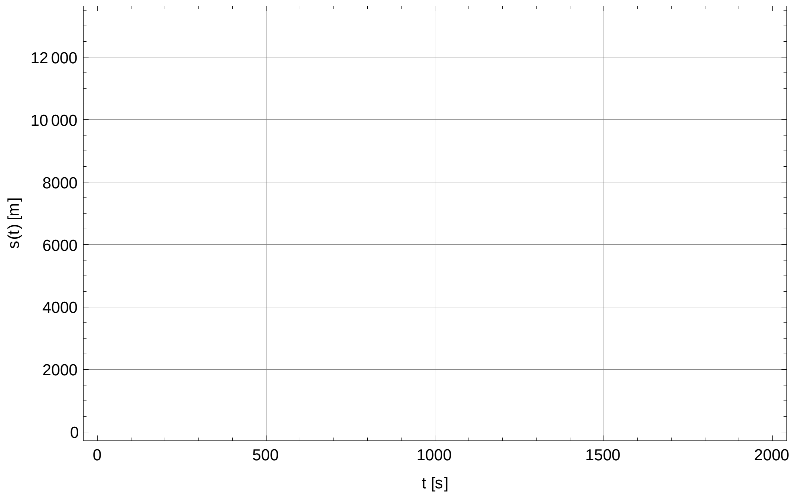
Beispiel 6.17 Rennvelo/Läufer, Vorsprung **C76UTE**

- Strecke 10 km. Läufer: $v_L = 2.5\,\mathrm{m/s}$
- Velofahrer fährt *10 min später los* mit $v_R = 5.6\,\mathrm{m/s}$ in Gegenrichtung

a) Geben Sie die Position des Läufers und des Velofahrers nach 1000 s an.

b) Drücken Sie die Positionen mit Funktionen aus $s_L(t)$ und $s_R(t)$.

c) Wann und wo kreuzen sie sich?

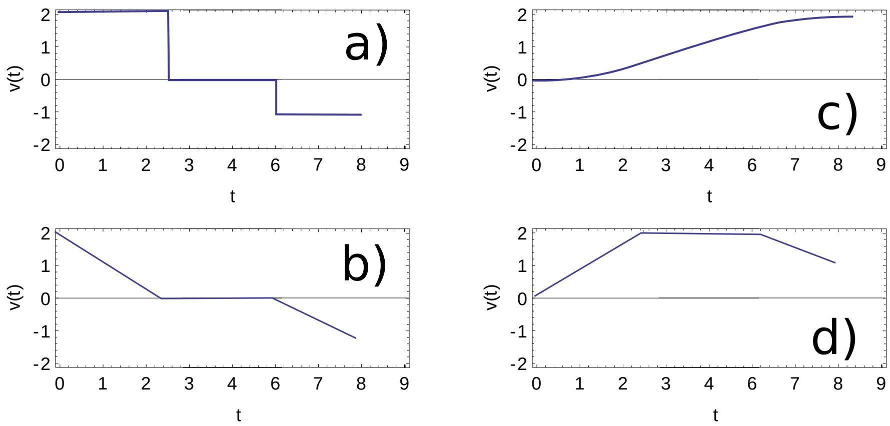


Beispiel 6.18 Sprintlauf **UL1Q3E**

Ein Leichtathlet startet einen Sprintlauf. Während der ersten 16 s wird seine Position auf der Sprintstrecke in Abständen von 2.0 s festgehalten. Die Messwerte sind in der nachfolgenden Tabelle eingetragen.

Zeit [s]	0.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0
Position [m]	0	4	16	35	55	75	95	113	127

Welcher der nachfolgenden Graphen repräsentiert die Geschwindigkeit des Leichtathleten am besten?



Beispiel 6.19 Bezugssystem **CFQDP5**

Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems beim Bahnhof Turgi fest und richten es gegen Brugg. Ein rotes Auto fährt von Brugg nach Turgi. Bei der Ortstafel Turgi (1,5 km nach dem Start) kreuzt es ein blaues Auto. In beiden steht der Tacho bei 60 km/h. Erstellen Sie ein $s-t$-Diagramm für beide Fahrzeuge und kreuzen Sie die korrekten Aussagen an.

1. Das rote Auto befindet sich beim Kreuzen an der Position $x = 1.5$ km.
2. Das blaue Auto befindet sich beim Kreuzen an der Position $x = 1.5$ km.
3. Von keinem Auto kann man die Position beim Kreuzen angeben.
4. Das rote Auto fährt mit -60 km/h beim Kreuzen.
5. Das rote Auto fährt mit 60 km/h beim Kreuzen.
6. Um die Geschwindigkeit anzugeben müsste man die Zeit wissen.
7. Beide Autos fahren mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h beim Kreuzen.

Beispiel 6.20 Wie lange dauert das Überholen? **AUTE77**

Ein Töff (140 km/h) überholt einen Lastwagen (80 km/h, 20 m lang); Der Töff spurt wieder ein, wenn er 60 m vor dem Lastwagen steht.

a) Machen Sie die Rechnung aus der Sicht des äusseren Betrachters.

b) Machen Sie die Rechnung aus der Sicht des Lastwagenchauffeurs

6.4 Online-Materialien

- Kinematik Aufgabe zur gleichförmigen Bewegung
  https://www.youtube.com/watch?v=xwe9DOdMhdM

KAPITEL 7

Beschleunigte Bewegung

Lernziele 7.1 Kinematik, gleichmässige Beschleunigung

- Sie kennen das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz für die beschleunigte Bewegung
$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}_0 \cdot t$$
und können es aus dem Orts-Zeit-Gesetz herleiten (durch Ableiten). $a_0 < 0$ wird auch als 'Bremsen' bezeichnet.
- Sie kennen die Definition der **Beschleunigung** $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ in m/s^2
- Sie können Ort-Zeit-Diagramm und Geschwindigkeits-Zeit-Digramme für geradlinige gleichmässig beschleunigte Bewegungen zeichnen.
- Sie kennen Beispiele für beschleunigte Bewegungen, wie die Fallbewegung, den horizontalen Wurf und die Kreisbewegung.
Mathematik:
- Die Studierenden können quadratische Gleichungen erkennen und lösen, u.a. mit der Mitternachtsformel.
- Die Studierenden können die Funktion $f(t) = a + b \cdot t$ integrieren und $g(t) = a + b \cdot t + c \cdot t^2$ ableiten. Sie sind mit der Notation für die Ableitung vertraut
$$\frac{df}{dt} = f'(t)$$

7.1 Mathematik: Quadratische Gleichungen

Satz 7.1 Mitternachtsformel

Die quadratische Gleichung $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ für $a, b, c \in \mathbb{R}$ hat die möglichen Lösungen

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2a}$$

Wir fassen den Ausdruck unter der Wurzel zusammen $D = b^2 - 4a \cdot c$ und nennen ihn **Diskriminante** D.

- Für $D > 0$ gibt es 2 verschiedenen Lösungen,
- für $D = 0$ gibt es 1 Lösung,
- für $D < 0$ gibt es keine Lösung.

falls $x \in \mathbb{R}$.

Beispiel 7.1 Lösen Sie die Gleichungen **V7C99I**

Bringen Sie die Gleichung zuerst in Normalform. Lösen Sie dann mit der Mitternachtsformel.

a) $\frac{1}{2} \cdot x^2 - 4 = -\frac{1}{2} \cdot x^2$

b) $30 - x^2 = 9x + 2x^2$

c) $10x = 20 - 2x^2 - 8x$

d) $x^2 + 5 \cdot \frac{x}{2} = 15 - 4x^2$

7.1.1 Steigung berechnen: Ableiten

Satz 7.2 Gleichmässig Beschleunigte Bewegung, Flächenberechnung

Wir betrachten die gleichmässig Beschleunigte Bewegung $v(t) = v_0 + a \cdot t$

- Die zurückgelegte Strecke entspricht der Fläche unter dem Graphen im v-t-Diagramm.
- Für die Beschleunigung aus dem Stillstand gilt, d.h. $v(t) = a \cdot t$ also $v(t = 0) = v_0 = 0$ gilt
$$s(t) = \frac{a}{2} t^2 = \frac{v_{\text{end}}}{2} \cdot t$$
(ähnlich auch oder für das Bremsen bis zum Stillstand)
- Allgemein gilt
$$s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t \text{ und } s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 + \underbrace{s_0}_{\text{evtl.}}$$

Wir abstrahieren weiter und betrachten nur Flächen.

Beispiel 7.2 Geschwindigkeit und Ort **M41ZMA**

Berechnen Sie die fehlenden Grössen für die gleichförmig beschleunnigte Bewegung (evtl. $a = 0$).

a) $s(t) = 16t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 13\,\mathrm{m}$, $v(t) = ?$

b) $s(t) = 19t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 4t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v(t) = ?$

c) $s(t) = ?$, $v(t) = 12t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

d) $s(t) = ?$, $v(t) = -1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Wir haben gesehen, dass für die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit gilt:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t$$

Die Geschwindigkeit hier ist

$$v(t) = v_0\ .$$

Dies ist auch die Steigung von $s(t)$ im $s-t$-Diagramm. Für die Bewegung mit gleichmässiger Beschleunigung (aus dem Stand) haben wir gesehen, dass

$$s(t) = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Die Geschwindigkeit hier ist

$$v(t) = a \cdot t$$

Wir schliessen daraus, dass $v(t)$ die Steigung von $s(t) = \frac{a}{2} \cdot t^2$ im $s-t$-Diagramm ist.

Wir können daraus schliessen, dass die Tangente an den Graphen wie folgt berechnet werden kann:

Satz 7.3 Ableitung 1

Wir bezeichnen $f'(t)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von $f(t)$ bei t.

Graph $f(t)$	Steigung $f'(t)$
$f(t) = 1$	$f'(t) = 0$
$f(t) = t$	$f'(t) = 1$
$f(t) = t^2$	$f'(t) = 2 \cdot t$
$c \cdot f(t)$	$c \cdot f'(t)$
$f(t) + g(t)$	$f'(t) + g'(t)$

Allgemein berechnen wir damit also aus

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

die Geschwindigkeit

$$v(t) = v_0 + a \cdot t\ .$$

Beispiel 7.3 Geschwindigkeit und Ort **M63BMC**

Berechnen Sie die Geschwindigkeiten, indem Sie die Ableitungsregeln anwenden.

a) $s(t) = 16t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 13\,\mathrm{m}$

b) $s(t) = 19t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 4t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

c) $s(t) = 6t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 4t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 5\,\mathrm{m}$

d) $s(t) = -t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 3\,\mathrm{m}$

Beispiel 7.4 Geschwindigkeit und Ort **N52ANB**

Berechnen Sie die Geschwindigkeiten, indem Sie die Ableitungsregeln anwenden.

a) $s(t) = 12t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 10t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

b) $s(t) = 14t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 10\,\mathrm{m}$

c) $s(t) = t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 20t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 5\,\mathrm{m}$

d) $s(t) = 14t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 3t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 13\,\mathrm{m}$

Überprüfen Sie folgende Angaben, indem Sie die Ableitungsregeln anwenden.

e) $s(t) = -4t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 3t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 17\,\mathrm{m},\ v(t) = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 8t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

f) $s(t) = 18t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 6t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 17\,\mathrm{m},\ v(t) = 18t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

g) $s(t) = 19t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 8t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 2\,\mathrm{m},\ v(t) = 19t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

h) $s(t) = -4t^2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 17t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 1\,\mathrm{m},\ v(t) = 17\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 16t\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

7.2 Beschleunigung

Beispiel 7.5 Ariane 5G **EGFMLA**

- Startmasse 750 t
- Startschub 11.500 kN
- Startbeschleunigung 5.5 m/s^2

Berechnen Sie

a) die Zeit, bis die Rakete mit 100 km/h fliegt

b) die Strecke die sie dabei zurücklegt

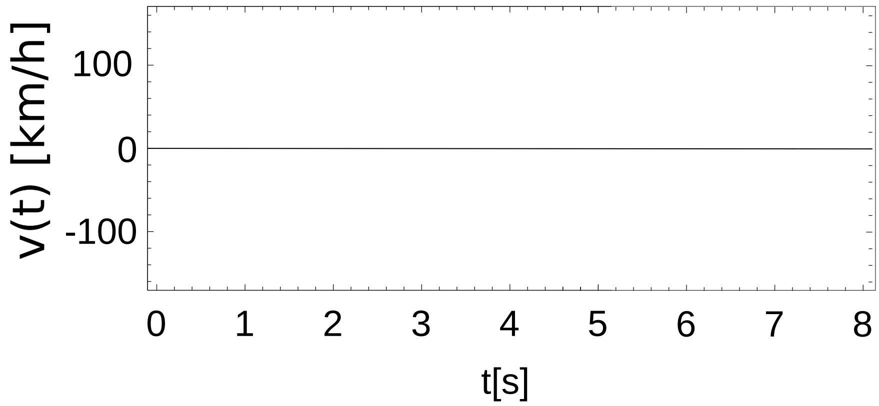
Beispiel 7.6 Tesla (Model S) **YJL8L2**

Der Tesla (Model S) fährt während 5 s mit 80 km/h.

a) Zeichnen Sie ein $v - t$-Diagramm.

b) Welcher Weg wird zurückgelegt?

c) Wie können die vorherigen Aufgaben miteinander in einen Zusammenhang gebracht werden? Betrachten Sie dazu das $v - t$-Diagramm.



Beispiel 7.7 Tesla (Model S) **WIK9K1**

Der Tesla (Model S) beschleunigt in 6.5 s auf 100 km/h.

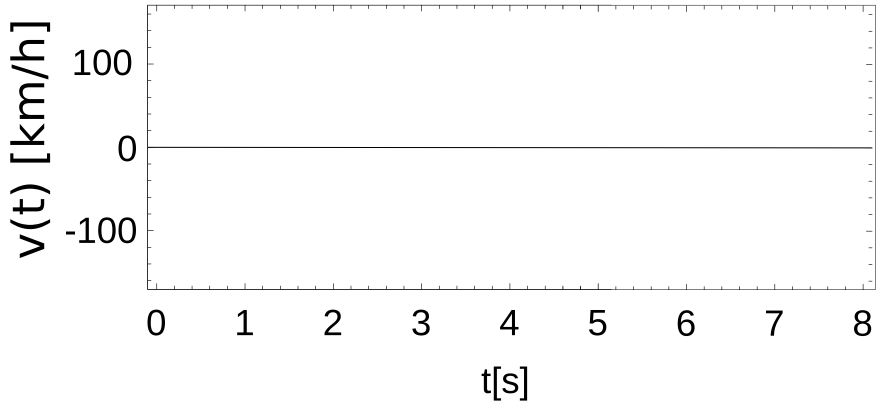
a) Berechnen Sie die Beschleunigung.

b) Zeichnen Sie ein $v - t$-Diagramm.

c) Welcher Weg wird zurückgelegt?

d) Erklären Sie mit dem $v - t$-Diagramm die alternativen Ausdrück für die Strecke bei der gleichmässigen Beschleunigung aus dem Stand

$$s = \frac{v_{\text{end}}}{2} \cdot t \text{ und } s(t) = \frac{a}{2} \cdot t^2$$



Definition 7.1 Geschwindigkeit, Beschleunigung

Allgemein sind Geschwindigkeit und Beschleunigung über Ableitungen der Orts-Zeit-Funktion definiert

$$s(t) \stackrel{d/dt}{\rightarrow} v(t) \stackrel{d/dt}{\rightarrow} a(t)$$

Satz 7.4 Ort und Geschwindigkeit bei der gleichmässig beschleunigten Bewegung

Über die Ableitungen erhalten wir nacheinander

$$\begin{pmatrix} & & s(t) & = & s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \\ \frac{d}{dt}\, s(t) & = & v(t) & = & v_0 + a \cdot t \\ \frac{d}{dt}\, v(t) & = & a(t) & = & a \end{pmatrix}$$

Wir sehen anhand des letztn Ausdruckes $a(t) = a$, dass $s(t)$ und $v(t)$ eine Bewegung mit gleichmässiger Beschleunigung beschreiben.

Beispiel 7.8 Gewehrlauf **U2YV4X**

Berechnen Sie die Beschleunigung: Länge Gewehrlauf $s = 0.5\text{m}$, Endgeschwindigkeit der Gewehrkugel $v_{\text{end}} = 500\text{m}$/s.

Beispiel 7.9 Testpilot **H2PL2L**

Ein Testpilot legt eine Bremsstrecke 200 m in 1.4 s zurück, d.h. auf dieser Strecke bremst er von der maximalen Geschwindigkeit auf v_{max} auf $v = 0$.

a) Anfangsgeschwindigkeit?

b) Brems-Beschleunigung?

c) $v(t = 0.5\mathrm{s})$?

Beispiel 7.10 Reaktionszeit/Bremsweg **JLIETC**

Ein Auto fährt im Nebel mit $v = 50$ km/h und hat nur eine Sichtweite von 30 m. Im Moment, wo der Fahrer einen Ball sieht braucht er 1 s um zu reagieren (Reaktionszeit) und kann dann mit $a = -8\,\mathrm{m/s^2}$ bremsen (Brems-Beschleunigung).

a) Zeichne ein $v - t$ Diagramm

b) Hält das Auto vor dem Ball?

c) Bei Sichtweite 20 m? Geschwindigkeit beim Überrollen des Balls?

Beispiel 7.11 Bus beschleunigt **FY83S2**

a) Bus beschleunigt mit 1.5 $\mathrm{m/s^2}$ auf v_{end} =13 m/s

b) fährt konstant weiter

c) und bremst vor der nächsten Haltestelle mit 1.0 m/s^2
Wie lange dauert die Fahrt für eine Strecke von 800 m?

Beispiel 7.12 Weltrekordlauf, Nr. 42 **WWLVEJ**

Für den Rekordlauf über die Stecke $s = 100$ m braucht der Läufer 9.58 s. Der Ablauf ist folgender

- Reaktionszeit t_{r}=0.15 s,
- Beschleunigung mit a,
- schliesslich läuft er mit der Maximalgeschwindigkeit $v_{\max} = 12.3$m/s

Welche Zeit t_1 braucht sie um zu beschleunigen? Wie gross ist die Beschleunigung $a =$? Welche Strecke $s_1 =$ braucht er um zu beschleunigen?

Beispiel 7.13 Auffahrunfall **265G18**

Autos mit 120 km/h auf Autobahn unterwegs. Beide bremsen mit 8 $\mathrm{m/s^2}$.

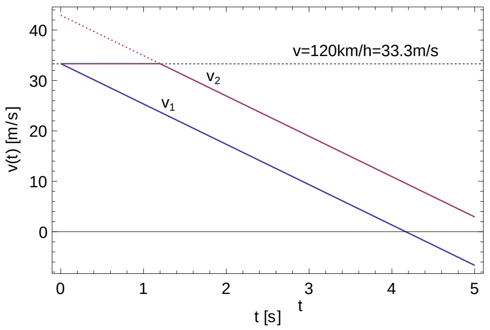
- Auto 1: vorne. Fängt bei $t = 0$ an zu bremsen.
- Auto 2: 30 m hinter Auto 1. Fänge bei $t = 1.2$ s an zu bremsen (Reaktonszeit)

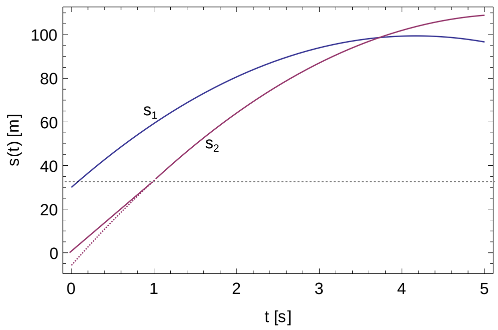
a) Beschreiben Sie die Geschwindigkeiten $v_1(t)$, $v_2(t)$ nach 1.2 s analytisch (Wir messen Zeit ab dann, wo der zweite auf Bremse drücke. Wir kümmern uns dabei nicht um die Ausdrücke vor $t = 1.2$ s, weil der Umfall danach stattfinden wird.)

b) Beschreiben Sie die Positionen $s_1(t)$, $s_2(t)$ analytisch nach 1.2 s.

c) Was ist der Abstand der Autos?

d) Kommt es zum Umfall? Zu welchem Zeitpunkt?





7.3 Vektorrechnung

Satz 7.5 Vektoren

- Vektoren komponentenweise addieren

$$\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$$

- Länge Vektor $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ist $\sqrt{x^2+y^2}$ und

$$\left\|\lambda\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right\|=|\lambda|\cdot\left\|\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right\|$$

- Winkel zwischen Vektor und x-Achse: $\alpha = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$, Für $x < 0$ rechne $\alpha' = 180° + \alpha$.
- Zwischenwinkel $\alpha = \arccos(\frac{\vec{a}\odot\vec{b}}{\{\|\vec{a}\|\cdot\|\vec{b}\|})$

Satz 7.6 Polarkoordinaten

Der Vektor $r\cdot\begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\\sin(\alpha)\end{pmatrix}$ und $r>0$ schliesst mit der x-Achse den Winkel α ein und hat die Länge r

Beispiel 7.14 Polarkoordinaten **8GHZPV**

a) Komponenten des Vektors $\vec{g}$ mit $\alpha = 55°$ und Länge 122

b) Komponenten des Vektors $\vec{h}$ mit $\alpha = -12°$ und Länge 48

Beispiel 7.15 Polarkoordinaten **KUNXL5**

a) Addiere die Vektoren (1 m/s, 335 °) und (1.2 m/s, 130 °)

b) Bestimme Länge und Richtung des resultierenden Vektors

c) $v_y = 1$ $\alpha = 80°$ $v_x = ?$

d) $v_x = 1$ $\alpha = -32.5°$ $v_y = ?$

7.4 Online-Materialien

- Kinematik Diagramme zur gleichförmigen und gleichmäßig beschleunigten Bewegung
  https://www.youtube.com/watch?v=5i65gzbDtNk
- Flugzeuglandung - Bremsvorgang, gleichmäßig beschleunigte Bewegung
  https://www.youtube.com/watch?v=O1Jd7gdhvlA
- Kinematik Bewegung in 2 Dimensionen, Superpositionsprinzip, Unabhängigkeit der Bewegung in verschiedene Raumrichtungen
  https://www.youtube.com/watch?v=38wfe_4bgKk

KAPITEL 8

Fallbewegung

Lernziele 8.1 Fallbewegung, Vektoren 1

- Die Studierenen wissen, dass Bewegungen in orthogonale Raumrichtungen (x/y/z-Richtung) unabhängig voneinander verlaufen.
- Sie kennen Ort $\vec{x}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$ und Beschleunigung $\vec{a}$ als vektorielle Grössen.
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \ \vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$
- Die Studierenden wissen, dass die Gravitations-Kraft als Beschleunigung wirkt und es gilt $a = g$ für Beschleunigung auf der Oberfläche der Erde mit $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
Mathematik:
- Die Studierenden können Vektoren für Aufgaben in der Kinematik verwenden. Dies beinhalten die komponentenweise Addition, die Multiplikation mit einem Skalar, das Skalarprodukt.
- Die Studierenden können den Betrag eines Vektors berechnen und Vektoren normieren.
- Die Studierenden können den Winkel zwischen zwei Vektoren berechnen.

8.1 Vektoren 2

Beispiel 8.1 Gesetze Vektorrechnung **E9AX8J**

Berechne

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 40 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -103 \end{pmatrix}$, $\left\| \vec{a} + \vec{b} \right\| =?$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 24 \\ -7 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -36 \\ 12 \end{pmatrix}$, $\left\| \vec{a} + \vec{b} \right\| =?$

c) $\vec{c} = 3 \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 21 \end{pmatrix}$, $\|\vec{c}\| =?$

d) $\vec{d} = -4 \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 60 \end{pmatrix}$, $\left\|\vec{d}\right\| =?$

e) $\vec{e} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 934 \\ 358 \end{pmatrix}$, $\alpha =?$

f) $\vec{f} = 121 \cdot \begin{pmatrix} -342 \\ -940 \end{pmatrix}$, $\alpha =?$

Satz 8.1 Richtungsvektor

Der Vektor

$$\vec{x}' = \frac{1}{\|\vec{x}\|} \cdot \vec{x}$$

hat die Länge 1 und die selbe Richtung wie $\vec{x}$.
Für $d > 0$ hat der Vektor

$$\vec{p}' = \frac{d}{\|\vec{x}\|} \cdot \vec{x}$$

die Länge d und die selbe Richtung wie $\vec{x}$.

Beispiel 8.2 Richtungsvektoren **7FJYQU**

a) Länge des Vektors $\vec{a} = \frac{1}{\|\vec{b}\|} \cdot \vec{b}$ mit

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} -16 \\ 63 \end{pmatrix}$$

b) Länge des Vektors $\vec{c} = \frac{-9}{\|\vec{d}\|} \cdot \vec{d}$ mit

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 11 \\ 60 \end{pmatrix}$$

c) Komponenten des Vektors parallel zu $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ und Länge 2

d) Komponenten des Vektors parallel zu $\begin{pmatrix} -12 \\ 5 \end{pmatrix}$ und Länge 9

Beispiel 8.3 Berechne das Skalarprodukt und den Zwischenwinkel ZTT6SR

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \ \vec{b} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}, \ \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

a) $\vec{a}$ und $\vec{b}$

b) $\vec{c}$ und $\vec{d}$

Beispiel 8.4 Berechne das Skalarprodukt und den Zwischenwinkel A16KC1

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \vec{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) $\vec{a}$ und $\vec{b}$

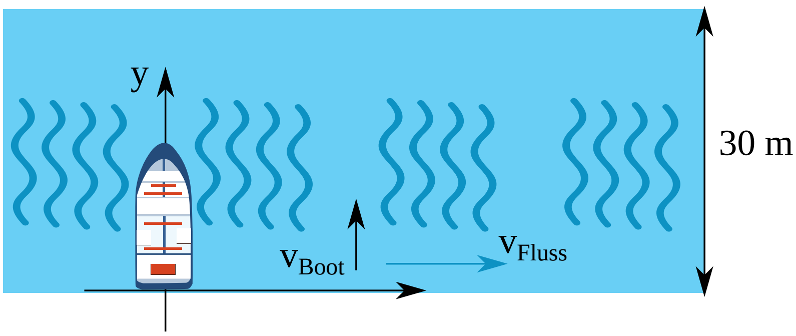
b) $\vec{b}$ und $\vec{c}$

c) $\vec{a}$ und $\vec{c}$

8.2 Unabhängigkeit der Bewegung in x,y und z-Richtung

Beispiel 8.5 Boot auf Fluss W9BI1I

Ein Boot fährt senkrecht zur Flussrichtung mit 2 m/s. Der Fluss ist 30 m breit und fliesst mit einer Geschwindigkeit von 1.5 m/s.



a) Welche Geschwindigkeit des Boot wird man vom Flussufer aus beobachten?

b) In welche Richtung fährt das Boot? (Winkel zwischen Fahrtrichtung und x-Achse).

c) Wie lange dauert die Überquerung?

d) Wo wird das andere Ufer erreicht?

Beispiel 8.6 Boot auf Fluss **V8AJ2J**

a) Addiere die Vektoren (1 m/s, 335 °) und (1.2 m/s, 130 °)

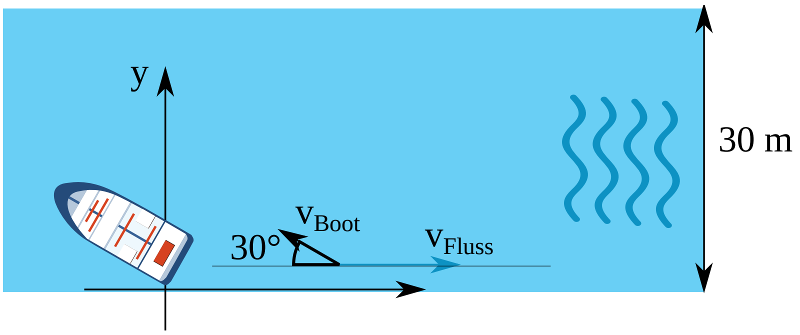
b) Bestimme Länge und Richtung des resultierenden Vektors

c) $v_y = 1$ $\alpha = 80°$ $v_x = ?$

d) $v_x = 1$ $\alpha = -32.5°$ $v_y = ?$

Beispiel 8.7 Boot auf Fluss **VAXP19**

Ein Boot fährt 30° gegen die Flussrichtung, mit $|\vec{v}|$ =2 m/s. Der Fluss ist 30 m breit fliess mit einer Geschwindigkeit 1.4 m/s.



a) Was ist der Winkel zwischen der x-Achse und Achse des Bootes (Drehsinn strikt GUZ)?

b) Welche Geschwindigkeit des Boot wird man vom Flussufer aus beobachten?

c) In welche Richtung fährt das Boot? (Winkel zwischen x-Achse und $\vec{v}_{\text{tot}}$)?

d) Wie lange dauert die Überquerung?

e) Wo wird das andere Ufer erreicht?

Beispiel 8.8 Boot auf Fluss **MJB5NX**

Boot zielt in Richtung $\begin{pmatrix}-10\\30\end{pmatrix}$, mit $|\vec{v}|$ =2.2 m/s. Der Fluss ist 30 m breit und fliesst mit einer Geschwindigkeit von 1.6 m/s. Koordinatensystem wie oben

a) Winkel zwischen x-Achse und Achse des Bootes (Drehsinn strikt GUZ)?

b) Geschwindigkeit Boot (Beobachter Bootssteg)?

c) Effktive Richtung der Fahrt (Winkel zwischen x-Achse und $\vec{v}_{\text{tot}}$)?

d) Dauer Überquerung?

e) Wo wird das andere Ufer erreicht?

8.3 Freier Fall

Beispiel 8.9 Aristoteles vs. Galileo **W5BQ2P**

Galileo lässt eine 10 g schwere Münze und eine 1 g schwere Feder (Angabe der Massen) gleichzeitig vom schiefen Turm von Pisa herunterfallen. Welche Aussagen treffen zu:

a) Lässt er die Objekte im Kühlschrank fallen, ist die Münze schneller unten als die Feder.

b) Die Münze fällt schneller als die Feder.

c) Die Feder fällt schneller als die Münze.

d) Lässt er die Objekte in einer Vakuuröhre fallen, treffen beide im selben Augenblick auf.

e) Im intergalaktischen Raum fällt die Feder schneller als die Münze.

Experiment zum Fall im Vakuum: `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20064/30186/`

Beispiel 8.10 Rückkehr zur Erde **D9YQP1**

Die Dragon Kapsel von SpaceX wiegt bei der Rückkehr $M = 3\,000$ kg, ein Besatzungsmitglied in der Kapsel $m = 70$ kg. Bei der Rückkehr fällt die Kapsel aufrecht, d.h. die Decke ist oben, der Boden unten. Ausserdem ist keine der Steuerdüsen in Betrieb. Welche Aussagen treffen zu:

a) M ist schwerer als m.

b) Auf M wirkt die grössere Beschleunigung als auf m.

c) Auf m wirkt die grössere Beschleunigung als auf M.

d) Auf m wirkt die selbe Beschleunigung wie auf M.

e) Die Kapsel fällt schneller als die Besatzung, deshalb wird die Besatzung gegen die Decke der Kapsel gedrückt.

f) Die Kapsel fällt langsamer als die Besatzung, deshalb wird die Besatzung gegen den Boden der Kapsel gedrückt.

g) Die Kapsel fällt gleich schnell wie die Besatzung

Satz 8.2 Geschwindigkeit/Position freier Bewegung auf Erdoberfläche

Position

$$s_z = s_{0,z} + v_{0,z} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Geschwindigkeit

$$v_z(t) = v_{0,z} - g \cdot t$$

Die Beschleunigung in z-Richtung ist $-g = -9.81$ m/s^2

Beispiel 8.11 Reaktionszeit **XXQGNU**

Führen Sie folgenden Versuch durch:

- Die BanknachbarIn lässt ein Lineal plötzlich und unerwartet fallen.
- Sie fangen das Lineal sofort auf und lesen Sie ab, wieviel er nach unten gefallen ist (s).

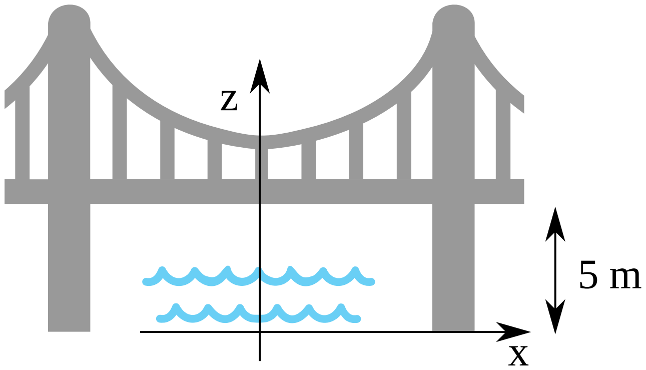
Wie gross war die Reaktonszeit? Wie gross war die maximale Geschwindigkeit des Lineals?

Beispiel 8.12 Senkrechter Wurf **PI1IV9**

Versuch: Auf Brücke wird Tennisball senkrecht nach oben geworfen mit 15 m/s. Höhe der Brücke 5 m. Koordinatensystem Ursprung *am Fuss der Brücke*, Achse zeigt nach oben.

a) Wie lange fliegt der Ball nach oben?

b) Wie hoch fliegt der Ball?



Satz 8.3 Geschwindigkeit/Position beim horizontalen Wurf

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} v_{0,x} \cdot t \\ s_{0,z} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_{0,x} \\ -g \cdot t \end{pmatrix}$$

Die Beschleunigung in z-Richtung ist $-g = -9.81$ m/s^2!

Die Geschwindigkeit kann durch ableiten der Position nach t berechnet werden.

Beispiel 8.13 Tennis Aufschlag **VSJQ7G**

Schlag 2.2 m Höhe, Netz bei Hälfte von 23.77 m, Service-Linie 6.4 m dahinter. Netzhöhe 0.915 m.
Erstellen Sie ein Schema der Flugbahn des Balls (von oben, von der Seite) und berechnen Sie:

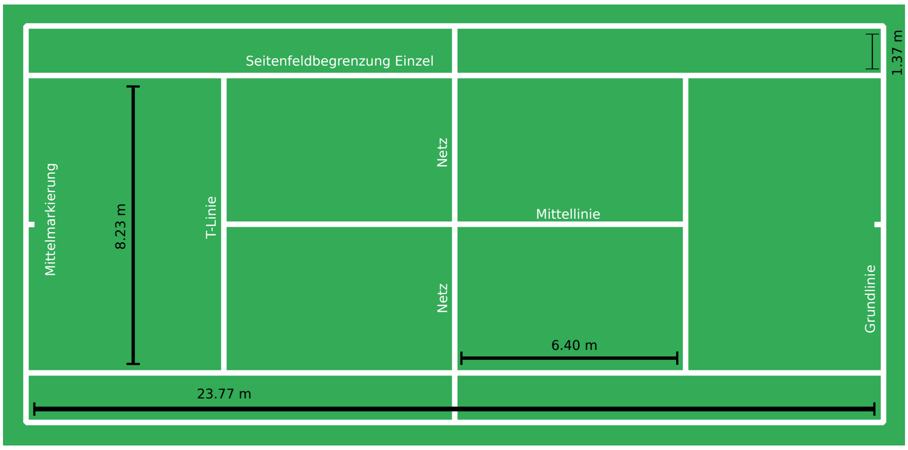
a) Fallzeit des Balls.

b) Maximale Geschwindigkeit in x-Richtung?

c) Geschwindigkeit des Balls: $\vec{v}(t)$?

d) Auftrittswinkel

e) Geschwindigkeit beim Aufprall $|v(t_e)|$?



Beispiel 8.14 Beschleunigung im freien Fall im Schwerefeld **NXL132**

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} v_{0,x} \cdot t \\ s_{0,x} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_{0,x} \\ -g \cdot t \end{pmatrix}$$

1. Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\frac{d}{dt}\vec{s}(t)$
2. Berechnen Sie die Beschleunigung $\frac{d^2}{d^2t}\vec{s}(t)$

8.4 Online-Materialien

- Das Video zeigt die Unabhängigkeit der Bewegung in verschiedene Raumrichtungen beim freien Fall. Genaues physikalisches Experiment ab 1:21 min.
  `https://www.youtube.com/watch?v=kq15CBXa3VA`
- Aufgabe zum freien Fall (Physik-Fee)
  `https://www.youtube.com/watch?v=y6ANNvUF2DY`
- Kinematik Der freie Fall Theorie
  `https://www.youtube.com/watch?v=IUX4UzxFGQQ`
- Aufgaben Vektoren: Addition, Einheitsvektoren, Zwischenwinkel und Projektion
  `https://www.youtube.com/watch?v=8SrJytMy7eQ`
- Beispiel: Senkrechter Wurf nach unten
  `https://www.youtube.com/watch?v=svYqefDnoGQ`

- Senkrechter Wurf nach oben
https://www.youtube.com/watch?v=9qf_O0cNNHc
- Waagrechter Wurf, Theorie und Beispiele
https://www.youtube.com/watch?v=zSmaqKXoWaA
- Waagrechter Wurf Beispiel: Ein Versorgungspaket wird über einer Insel abgeworfen https://www.youtube.com/watch?v=2Wz4gp3nzbE

KAPITEL 9

Kreisbewegung

Lernziele 9.1 Kreisbewegung, Vektoren 2

- Die Studierenden kennen die Grössen
  - Umlaufzeit T
  - Frequenz $f = \frac{N}{\Delta t}$ (N Anzahl Umdrehungen, Δt benötigte Zeit)
  - Winkelgeschwindigkeit ω

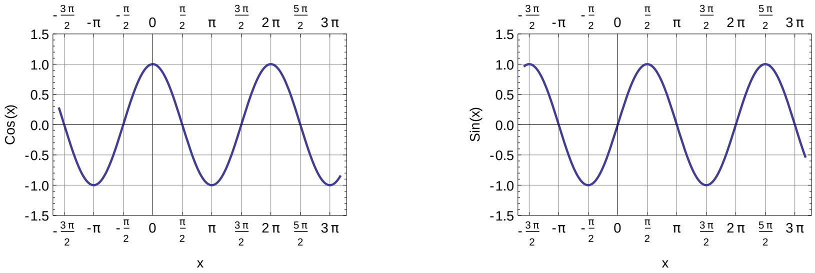
  und können aus einer Angaben die anderen berechnen.
- Sie kennen die Zentripetalbeschleunigung (Richtung und Grösse).
  Mathematik:
- Sie kennen die Polarform von Vektoren. Sie können Vektoren umrechnen von der Polarform in die kartesische Darstellung und umgekehrt.
- Sie können die Funktionen $f(t) = \cos(t)$ und $g(t) = \sin(t)$ ableiten und sie kennen die Ableitung von $f(t \cdot \omega)$

9.1 Ableitungen 2

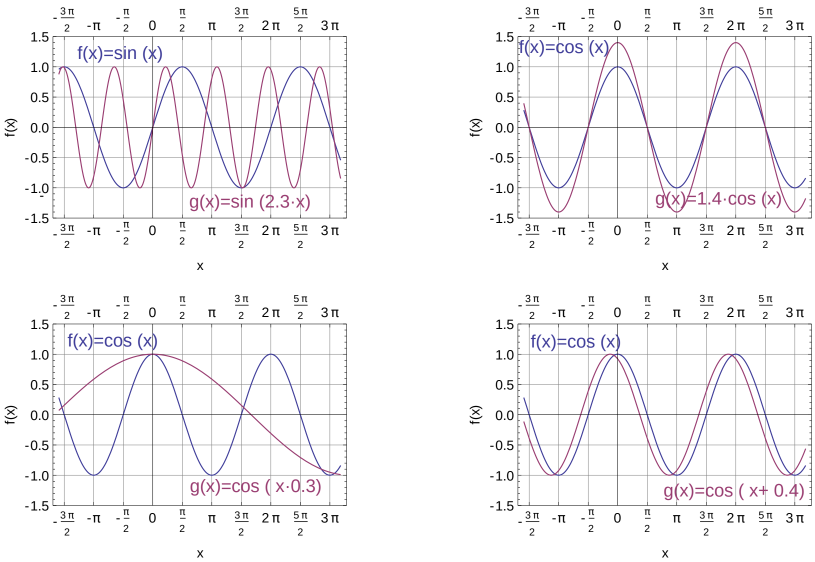
Beispiel 9.1 Ableitungen der Trigonometrischen Funktionen **MGXZ26**

a) Betrachten Sie die Graphen der Funktionen $\cos(x)$ und $\sin(x)$. Wo ist der Graph am steilsten steigend, wo ist er flach, wo ist er am steilsten fallend?

b) Skizzieren Sie die Ableitungen der Funktionen $\cos(x)$ und $\sin(x)$.



Beispiel 9.2 Innere Ableitung **WYC7WT**



In den Abbildungen A bis D sehen Sie jeweils eine Funktion und deren Transformation, z.B.

$$f(x) = \sin(x) \;\rightarrow\; g(x) = \sin(2.3x)$$

Notieren Sie sich zu jeder Transformation:

i) Beschreiben Sie die Transformation algebratisch und graphisch. Bei

$$f(x) = \sin(x) \;\rightarrow\; g(x) = \sin(2.3x)$$

wird das Argument mit einer Zahl 2.3 mutipliziert. Dadruch wird der Graph der Funktion zusammengepresst.

ii) Welche Auswirkung die Transformation auf die Steigung der Funktion?

iii) Wie könnte man die Transformation in der Ableitung berücksichtigen?

Lösung:

A) i) Transformation

$$f(x) = \sin(x) \ \rightarrow \ g(x) = \sin(2.3x)$$

Dadruch wird der Graph der Funktion zusammengepresst entlang der x-Achse.

ii) Die Steigung von $g(x)$ ist grösser als die von $f(x)$ und der Graph der Steigung ist auch zusammengepresst.

iii) Ableitung

$$f(x) = \sin(x \cdot 2.3) \ \rightarrow \ f'(x) = \cos(2.3x) \cdot 2.3$$

B) i) Transformation

$$f(x) = \cos(x) \ \rightarrow \ g(x) = 1.4 \cdot \cos(x)$$

Dadruch wird der Graph der Funktion gestreckt entlang der y-Achse.

ii) Die Steigung von $g(x)$ ist grösser als die von $f(x)$

iii) Ableitung

$$f(x) = 1.4 \cdot \cos(x) \ \rightarrow \ f'(x) = -1.4 \cdot \sin(x)$$

C) i) Transformation

$$f(x) = \cos(x) \ \rightarrow \ g(x) = \cos(x \cdot 0.3)$$

Dadruch wird der Graph gestreckt entlang der x-Achse und der Graph der Steigung ist auch gestreckt.

ii) Durch die Streckung wird der Graph flacher

iii) Ableitung

$$f(x) = \cos(x \cdot 0.3) \ \rightarrow \ f'(x) = -\sin(0.3x) \cdot 0.3$$

D) i) Transformation

$$f(x) = \cos(x) \ \rightarrow \ g(x) = \cos(x + 0.4)$$

Dadruch wird der Graph der Funktion verschoben.

ii) Durch die Verschiebung ändert sich die Steigung nicht. Der Graph der Steigung ist auch verschoben.

iii) Ableitung

$$f(x) = \cos(x + 0.4) \ \rightarrow \ f'(x) = -\sin(x + 0.4)$$

Satz 9.1 Ableitung 2

Wir bezeichnen $f'(t)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von $f(t)$ bei t.

Graph $f(t)$	Steigung $f'(t)$
$f(t) = \cos(t)$	$f'(t) = -\sin(t)$
$f(t) = \sin(t)$	$f'(t) = \cos(t)$
$f(t) = g(t \cdot \omega + \varphi)$	$f'(t) = g'(t \cdot \omega + \varphi) \cdot \omega$

9.2 Kreisbewegung

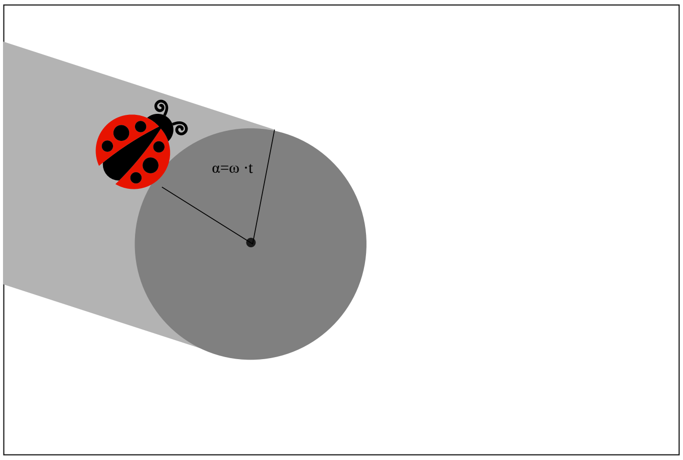
Beispiel 9.3 Karussel — DG1XJM

Die Kinder spielen auf dem Karussel, und haben eine konstante Geschwindigkeit von 5 m/s. Welche der Aussagen treffen zu *für einen äusseren Beobachter*:

1. Die Kinder werden nach innen gedrückt.
2. Die Kinder werden nach aussen gedrückt.
3. Da sie sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegen wirken keine Kräfte.
4. Um diese Kreisbewegung zu erhalten braucht es einen Motor.

Beispiel 9.4 Drehbank — N2UPSI

Die ideale Schnittgeschwindigkeit von Gusseisen ist 120 m/min.[a] Der Radius des Werkstücks ist $r = 5$ cm. Ein Käfer sitzt auf dem drehenden Werkstück.



a) Wie gross ist seine Geschwindigkeit in m/s?

b) Welche Strecke legt der Käfer pro Umdrehung zurück?

c) Benutzen sie $v = \frac{s}{t}$ um die Zeit T für eine Umrundung zu berechnen.

d) Wie viele Umdrehungen macht der Käpfer pro Sekunde (Frequenz f)?

e) Welchen Winkel legt er pro Sekunde zurück (Winkelgeschwindigkeit ω)?

[a] genauer zwischen 40 bis 120 m/min.

Beispiel 9.5 Geschwindigkeit bei der Kreisbewegung **1XHNPJ**

Das Karussel hat den Radius r. Berechnen Sie die fehlenden Grössen.

a) $r = 1.5$ m, Geschwindigkeit $v = 5$ m/s, Umlaufzeit T =?, Frequenz f =?

b) $r = 50$ m, Geschwindigkeit $v = 5$ m/s, Umlaufzeit T =?, Frequenz f =?

c) $T = 9$ s, $r = 2\ m$, Umfang U =?, Geschwindigkeit v =?

d) $T = 5$ s, $r = 4\ m$, Umfang U =?, Geschwindigkeit v =?

e) $f = 2$ Hz, T =?

f) $f = 9$ Hz, T =?

Definition 9.1 Frequenz

T Zeit für eine Drehung.

$$f = \frac{1}{T}$$

in 1/s=Hz

Infobox 9.1 Frequenz

v Geschwindigkeit in m/s, U Umfang in m.

$$f = \frac{v}{U}$$

Beispiel 9.6 Drehbewegung **DQNDPY**

Rad mit Radius r, ϕ in Winkelmass gemessen d.h.

$$\frac{\alpha}{360°} = \frac{\phi}{2\pi}$$

a) Wie gross ist der Radumfang?

b) Das Rad hat sich um φ gedreht. Wie weit hat sich ein Kieselstein im Reifenprofil bewegt $s =$?

c) Gleichmässige Drehung $\varphi = \omega \cdot t \;\Rightarrow\; s =$?

d) Löse nach $v = \frac{s}{t}$ auf

e) Zeit für eine Umdrehung, benutze t=s/v?

Definition 9.2 Winkel-Geschwindigkeit $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

Infobox 9.2 Winkel-Geschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

d.h. von den Grössen f, ω und T muss man nur eine kennen, die anderen beiden ergeben sich daraus.

Beispiel 9.7 Fadenspule **95Y2C7**

Wir benutzen einen Elektromotor mit der Drehfrequenz 50 Hz eine Spule abzuwickeln (Radius $r = 1\,\mathrm{cm}$). Berechnen Sie die Geschwindigkeit mit der der Faden aufgerollt wird.

Beispiel 9.8 Waschmaschine **2S72IS**

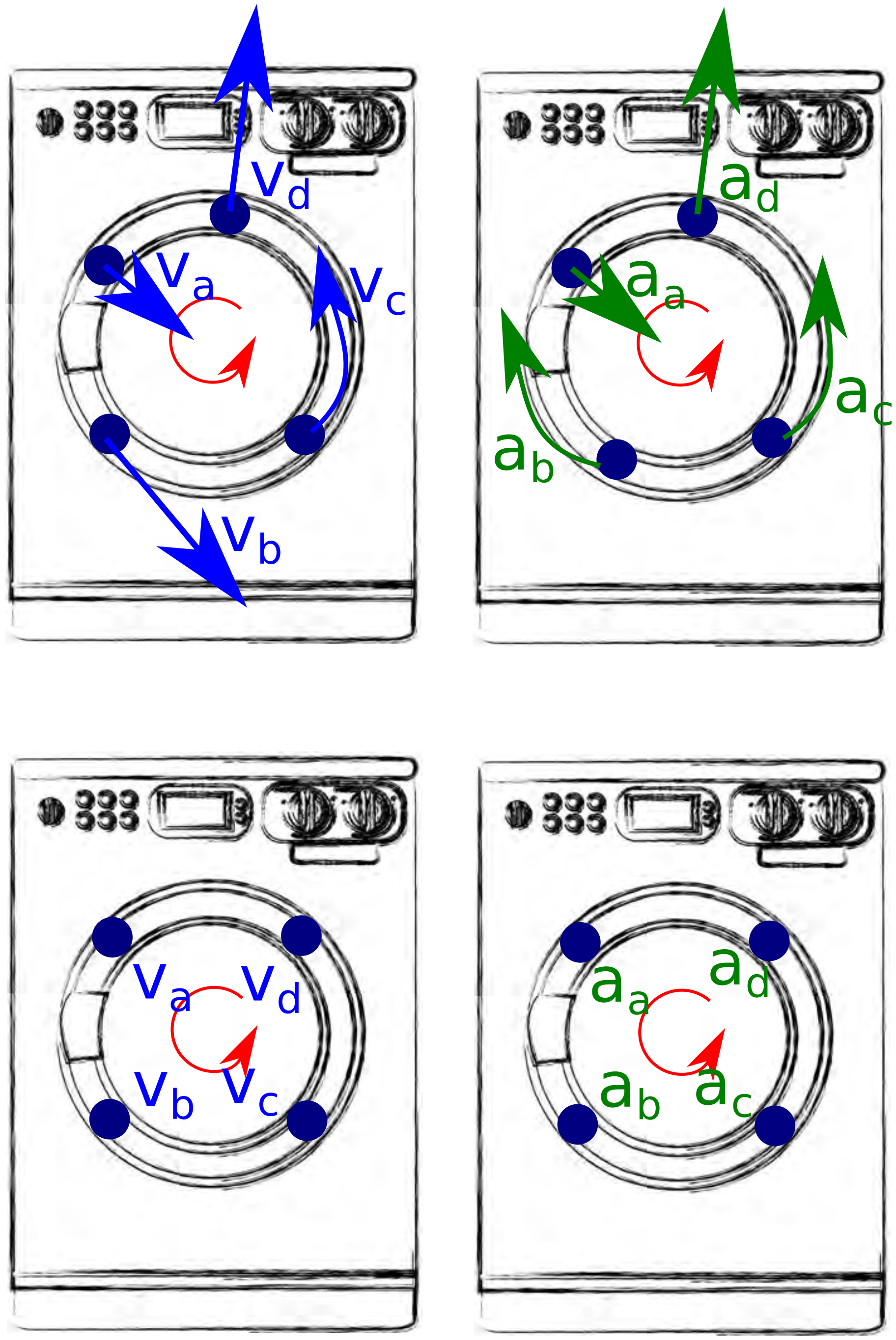
Wir betrachten eine Waschmaschine, die sich mit konstanter Frequenz dreht (rot: Umlaufsinn). Für vier Kleidungsstücke sind die Geschwindigkeiten (blau) und Beschleuingungen (grün) angegeben. Wählen sie die korrekten aus und kreuzen Sie die richtigen Aussagen aus.

A) Die Kleidungsstücke erfahren keine Beschleunigung.

B) Die Kleidungstücke haben keine Geschwindigkeit, weil sie sich im Kreis drehen.

C) Die Kleidungstücke bewegen sich in die selbe Richtung.

D) Die Kleidungstücke werden in die selbe Richtung beschleunigt.



Beispiel 9.9 Herleitung Zentripetalkraft **L8YMS5**

Unser Käfer fährt mit gleichmässiger Geschwindigkeit auf dem Kreis mit Radius 5 cm, d.h. v konstant oder $|\vec{v}(t_1)| = |\vec{v}(t_2)|$. Die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ ist dann immer *tangential* zur Position.

a) Objekt dreht im Uhrzeigersinn mit $|\vec{v}(t)| = 6\ \mathrm{cm/s}$. Berechnen Sie die Frequenz und die Winkelfrequenz.

b) Das Objekt startet bei $\vec{x}_1$. Wo befindet es sich nach $\Delta t = 0.4$s (Winkel in Grad)?

c) Zeichne $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$, $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ ein.

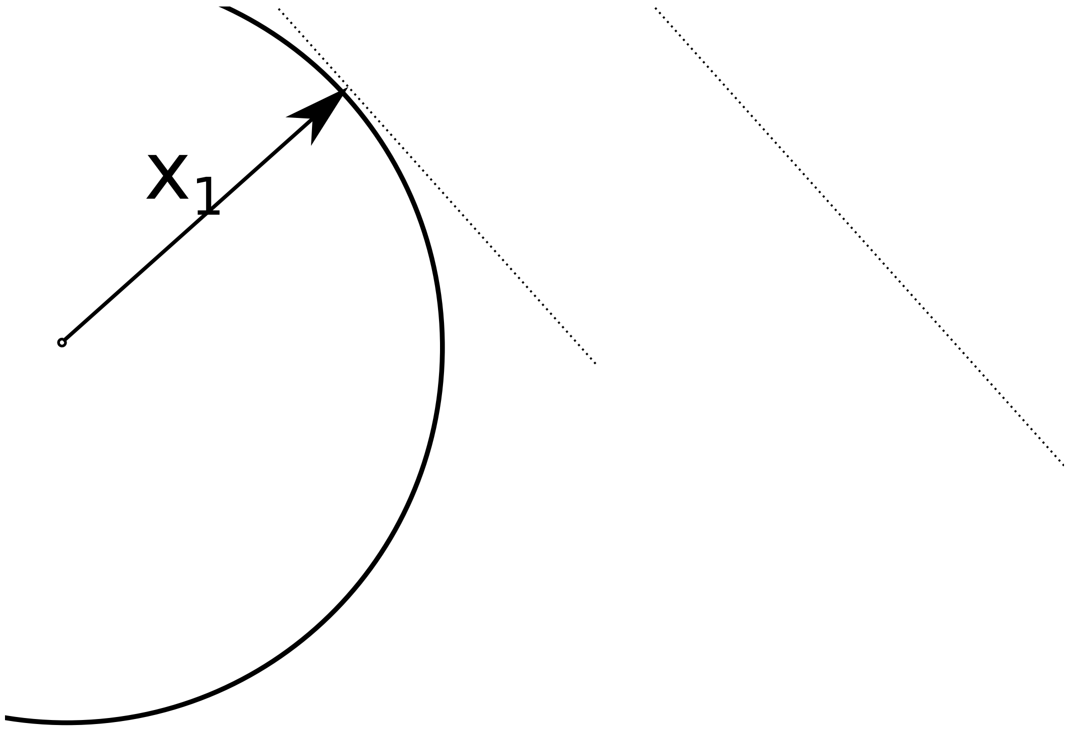
d) Zeichne $\Delta\vec{x}$ und $\Delta\vec{v}$ (separate Zeichnung rechts) ein.

e) Vergleiche $\frac{\Delta v}{\|v\|}$ mit $\frac{\Delta x}{\|x\|}$ (nur die Länge der Vektoren).

f) Löse nach $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ auf und benutze: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

g) Setze ein $v = \omega \cdot r$

h) Richtung der Beschleunigung?



Satz 9.2 Zentripetalbeschleunigung

$$a_z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

Umlaufgeschwindigkeit v (m/s), Kreisfrequenz ω (rad/s), Radius r (m).

Beispiel 9.10 Zentrifuge für Blut **BBMXII**

Eine Blutprobe wird nach der Gerinnung 10 min zentrifugiert.

a) Die Zentrifuge hat einen Radius von 10 cm und wird mit 4300 U/min betrieben. Berechnen Sie Frequenz f und ω

b) Zentripetalbeschleunigung a_z=?

c) Vergleich mit Erdbeschleunigung $\frac{a_z}{g}$ mit $g = 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Beispiel 9.11 Motorrad in Looping ($R = 2.45$ m) **B27NQA**

Schwerpunkt beschreibt Kreis mit Radius $r = 1.95$ m.

a) Minimale Geschwindigkeit oben?

b) Geschwindikgeit am tiefsten Punkt $(v_u)^2$ =?: (Umwandlung von potentieller Energie in kinetische Energie; hier gilt auch $2r = h$)

c) Kraft am tiefsten Punkt ?

Beispiel 9.12 Zentripetalbeschleunigung, Herleitung 2 **H8RTZ4**

Objekt dreht sich auf Kreisbahn

$$\vec{r}(t) = r \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega \cdot t) \\ \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix}$$

mit Kreisradius $r = 5$ cm und $v = 6\ \mathrm{cm/s}$.

a) Position bei $t = 0$ und $t = 0.4$s?

b) Berechne Vektor der Geschwindigkeit $\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\vec{r}(t)$ (Ableitung der Komponenten). Vektor der Geschwindigkeit bei $t = 0$ und und $t = 0.4$s.

c) Berechne Vektor der Beschleunigung $\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t)$ (Ableitung der Komponenten). Vektor der Beschleunigung bei $t = 0$ und und $t = 0.4$s?

d) Länge von $\vec{a}(t)$?

Infobox 9.3 Kräfte und Trägheit

Bei manchen Experimenten beobachten wir "Kräfte", die entstehen, weil eine Masse "in Ruhe bleiben will" oder "sich weiter geradlinig bewegen will". Z.B.

- Wäschestück drück gegen Trommel im Tumbler.
- Tennisball drückt auf Beton beim Aufprall
- Zusammenprall von fliegenden Objekten (Bälle, Steine, Flugzeuge).

In diesen Fällen spricht man nicht von Kräften sondern von Trägheit. Auf unserem Niveau der Theorie, sollten wir deshalb nicht von Zentrifugalkraft sprechen sondern von Trägheit.

Beispiel 9.13 Satellit **S3CFJX**

ISS umkreist Erde in Abstand h =400 km (Erdradius, r_E =6370 km). Fallbeschleunigung $g' = 8.7$ m/s^2.

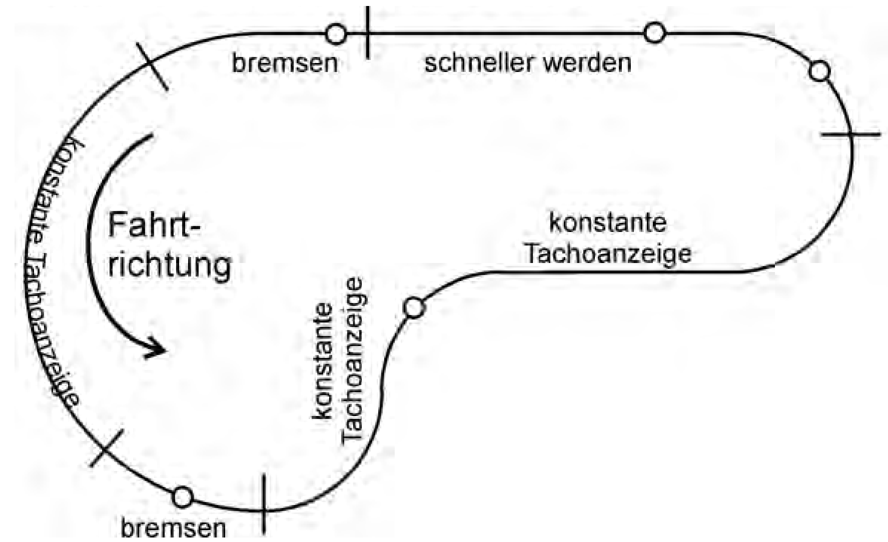
a) Bedingung für Gleichgewicht?

b) Geschwindigkeit?

c) Zeit für eine Umrundung Erde?

Beispiel 9.14 Rennstrecke **B3C86W**

Auf einer Rennstrekce fährt ein Auto. Zeichne an den fünf markierten Stellen der Bahn den Beschleunigungsvektor ein.



9.3 Online-Materialien

- Kurven Parametrisieren
  `https://www.youtube.com/watch?v=qGR6r7jHbes`
- r, v und a von Teilchen auf Kreisbahn und Ellipsenbahn
  `https://www.youtube.com/watch?v=PieiR3DNgrs`

KAPITEL 10

Newton und die Kräfte

Lernziele 10.1 Dynamik

- Die Studierenden kennen die drei Gesetze von Newton. Sie gelten in Inertialsystemen.

  1) **Trägheitsprinzip**. Ein Körper ändert seine Geschwindigkeit falls eine Kraft einwirkt.
  2) **Aktionsprinzip**. Wenn eine Kraft $\vec{F}$ auf einen Körper mit der Masse m wirkt, beschleunigt sie ihn mit

  $$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

  3) **Reaktionsprinzip**. Wenn die Kraft $\vec{F}$, die auf einen Körper wirkt, ihren Ursprung in einem anderen Körper hat, so wirkt auf diesen die entgegengesetzte gleiche Kraft $-\vec{F}$.

  Dies bedeutet auch: Wird ein Objekt beschleunigt, ist Summe der Kräfte + $m \cdot \vec{a}$ gleich null.

- Sie kennen die gängigen Kräfte in der Mechanik
  - **Federkraft**
  - **Gravitationskraft**
  - **Reibungskraft**
  - **Strömungswiderstand turbulent**
- Sie können Kräfte von Trägtheitskräften unterscheiden. Trägheitskräften sind Scheinkräfte und es gehören zu ihnen die Korioliskraft und die Zentrifugalkraft.
- Sie wissen, dass die Position $x(t)$, die Geschwindigkeit $v(t) = \frac{dx}{dt}$ und die Beschleunigung $a(t) = \frac{dv}{dt}$ wie folgt verknüpft sind

$$x(t) \quad \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \quad \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{=v(t)} \quad \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \quad \underbrace{\frac{d^2x}{d^2t}}_{=a(t)}$$

Beispiel 10.1 Haben sich bewegende Körper Kraft? TQBKAZ

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

a) Sich in Bewegung befindende Körper besitzen Kraft,

b) Wir nennen diese Kraft “Trägheitskraft”, Wucht oder Schwung.

c) Man spürt diese Kraft, wenn man getroffen wird.

d) Die Kraft ist beim In-Bewegung-Setzen erhalten und kann wieder abgebeben werden.

e) Kraft kann bei einem Stoss auf einen anderen übertragen werden.

f) Die Kraft ist gleich der Energie.

Beispiel 10.2 Antriebskraft für konstante Geschwindigkeit **YDC31D**

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

a) Für eine Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit ist eine konstante Antriebskraft nötig.

b) Ohne Einwirkung äusserer Kräfte verändert ein Gegenstand seine Geschwindigkeit nicht.

c) Ohne eine Antriebskraft wird der Körper langsamer und kommt zur Ruhe.

d) Im Alltag (z.B. Autofahren) ist die äussere Antriebskraft nötig für eine Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit, weil durch Reibung Verluste entstehen.

e) Die Geschwindigkeit ist ungefähr proportional zur antreibenden Kraft.

Beispiel 10.3 Kräfte beim Fall **84J2YS**

Walentina Tereschkowa wirft eine Stahlkugel senkrecht nach oben. Alle Effekte von Luftreibungskräften sollen ausser Acht gelassen werden. Welche Kraft, bzw. welche Kräfte wirken auf die Kugel während der Flugphase, bevor sie auf den Boden trifft?

a) Das Gewicht der Kugel vertikal nach unten, zusammen mit einer stetig abnehmenden nach oben gerichteten Kraft.

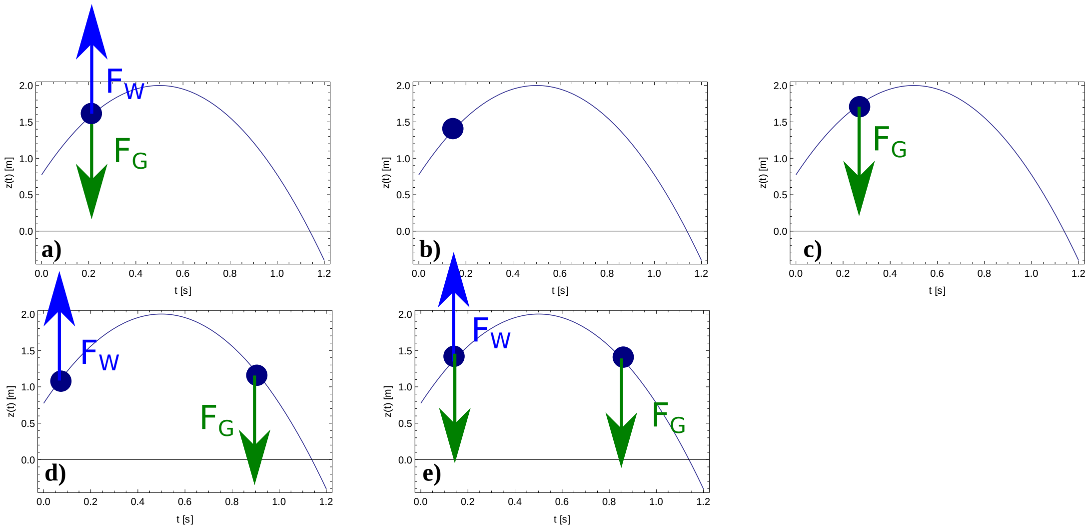
b) Es wirken keine Kräfte. Die Kugel fällt zur Erde zurück, weil das ihrem natürlichen Verhalten entspricht.

c) Nur eine konstante nach unten gerichtete Gravitationskraft.

d) Eine stetig abnehmende nach oben gerichtete Kraft für den Zeitraum nach dem Verlassen der Hand bis zum höchsten Punkt. Danach wirkt eine stetig zunehmende Gravitationskraft nach unten, wenn sich das Objekt der Erde nähert.

e) Eine konstante nach unten gerichtete Gravitationskraft, zusammen mit einer nach oben gerichteten Kraft, die stetig abnimmt, bis die Kugel ihren höchsten Punkt erreicht. Danach wirkt nur die konstante nach unten gerichtete Gravitationskraft

Quelle: edu



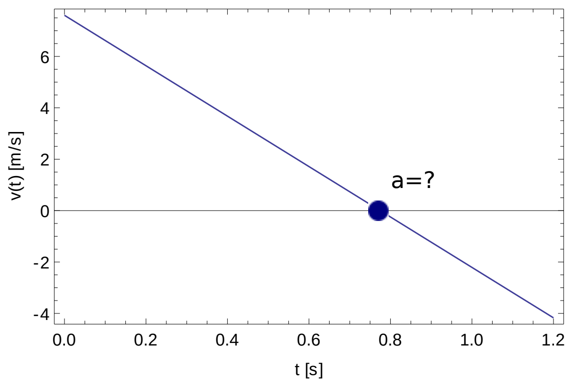
Beispiel 10.4 Beschleunigung beim freien Fall R7B3FX

Eine Flasche wird gerade nach oben geworfen, und am allerhöchsten Punkt ihrer Bahn ist ihre Geschwindigkeit kurzfristig null. Wie gross ist die Beschleunigung an diesem Punkt?

a) null

b) 9.81 m/s^2

c) grösser als null, aber kleiner als 9.81 m/s^2



Satz 10.1 Newtos Axiome

1. **Trägheitsprinzip**. Ein kräftefreier Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.
2. **Aktionsprinzip**.[a] Wenn eine Kraft $\vec{F}$ auf einen Körper mit der Masse m wirkt, beschleunigt sie ihn mit
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$
3. **Reaktionsprinzip**. Wenn die Kraft $\vec{F}$, die auf einen Körper wirkt, ihren Ursprung in einem anderen Körper hat, so wirkt auf diesen die entgegengesetzte gleiche Kraft $-\vec{F}$.

[a] Das Prinzip ist hier formuliert für eine konstante Masse.

Infobox 10.1 Bewegunsgleichung

Häufige alternative Darstellung des Aktionsprinzips:
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}\ .$$

Beispiel 10.5 Schiffchen **1UITC**

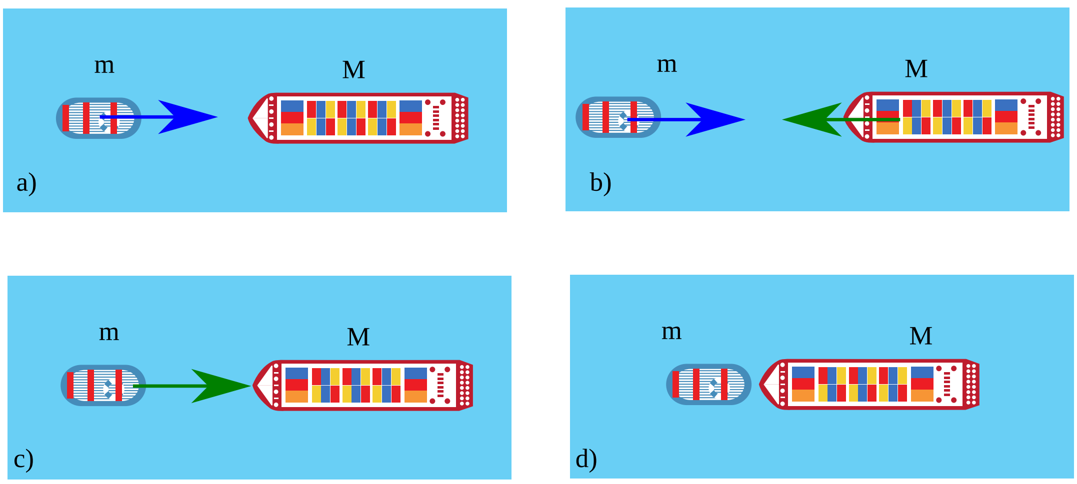
Wir plazieren auf zwei identischen Schiffchen einen Mangeten (links, Masse m), und ein Stück Eisen (rechts, Masse M). Wir messen $M >> m$. Die Schiffchen ziehen sich dadruch an.
Welche der folgenden Aussagen sind korrekt:

a) Die die einzige Kraft, die zu einer Bewegung führt, geht von links nach rechts.

b) Auf beide Schiffchen wirkt eine Kraft mit gleichen Betrag.

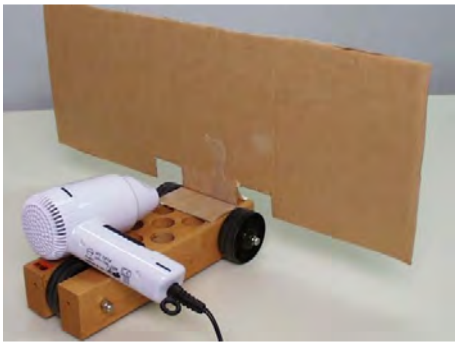
c) M bleibt an Ort und Stelle und zieht m zu sich.

d) M und m treffen sich in der Mitte.



Beispiel 10.6 Fön **1QY9NU**

Was geschieht, wenn wir den Fön einschalten? Argumentieren Sie mit den Gesetzen von Newton.



Definition 10.1 Kräfte F in N

- **Federkraft** $F = -D \cdot x$; D Federkonstante in $\mathrm{N/m}$; x Auslenkung von Gleichgewichtsposition in m.
- **Gravitationskraft** $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$. Gravitationskonstante $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$; m, M Massen der Körper in kg; r Abstand der Körper in m.
- **Reibungskraft** $F = \mu_R \cdot F_{\mathrm{N}}$; μ_R Reibungszahl (dimensionslos); F_{N} Kraft auf Unterlage (Normalkraft)
- **Strömungswiderstand turbulent** (Luftwiderstand) $F = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} v^2$; c_w Luftwiderstandsbeiwert (dimensionslos); A Stirnfläche in m^2; ρ Dichte des Mediums in $\mathrm{kg/m^3}$; v Geschwindigkeit in $\mathrm{m/s}$

Infobox 10.2 Kräfte

Für Strömung laminar (ohne Wirbel) gilt $F = C \cdot v$.
Auf Erdoberfläche Gravitationskraft $F = g \cdot m$ ($g = 9.81 \mathrm{m/s^2}$)

Infobox 10.3 Reibungskräfte

Häufig werden die Haftreibung μ_H, die Gleitreibung μ_G und die Rollreibung μ_R verwendet.

- Die Haftreibung bestimmt, wie stark ein Fahrzeug beschleunigen kann oder welche Kurvenradien es fahren kann.
- Die Gleitreibung ist dann wichtig, wenn die Räder eines Fahrzeugs blockiert sind und sie über die Oberfläche *rutschen*.
- Die Rollreibung ist um Grössenordnungen kleiner als die beiden anderen Kräfte. Sie wird vor allem benutzt um die Energie zu berechnen, die es braucht um ein Fahrzeug von A nach B zu bewegen.

Beispiel 10.7 Fahrrad **1NPBDB**

Wir haben ein Fahrrad, das zusammen mit dem Fahrer eine Masse von $m = 75\,\mathrm{kg}$ hat. Die Anfangsgeschwindigkeit ist $v_0 = 18\,\mathrm{km/h}$ und Fahrwiderstand 10 N, d.h. Luftwiderstand und Rollreibung nehmen wir vereinfachend zusammen in einer Kraft. Der Fahrer hört auf zu treten, es gibt sonst keinen Antrieb. Wie weit rollt das Fahrrad aus? Berechne dazu nacheinander

a) die Beschleunigung,

b) die Zeit für das Ausrollen,

c) den Weg bis, das Fahrrad still steht.

Infobox 10.4 Einheit Newton

$$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Beispiel 10.8 Rakete **SDPEY1**

Eine Rakete startet mit einer Masse von 775 t und einer Schubkraft von $F_S = 11800$ kN.

a) Welche Kräfte wirken auf die Rakete?

b) Wie gross ist die Gesamt-Kraft?

c) Wie gross ist die Beschleunigung?

Beispiel 10.9 Freier Fall in Luft EIWVPP

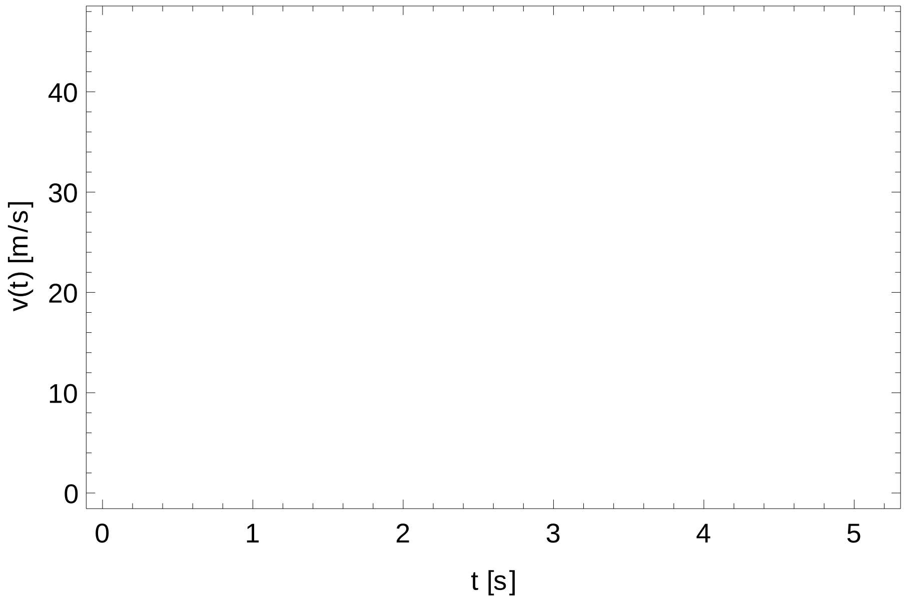
Ein Fallschirmspringer ($m = 95$ kg) hat ohne Schirm eine Fläche von ca. A =0.7 m^2. Die Luftdichte beträgt ρ_L =1.2041 kg/m^3. Der Körper hat keine Stomlinienform, deshalb gilt $c_w = 1$.
Wie gross ist die maximale Geschwindigkeit? Gehen Sie wie folgt vor.

a) Welche Kräfte wirken?

b) Wie gross ist die Beschleunigung, wenn v_{max} erreicht wurde?

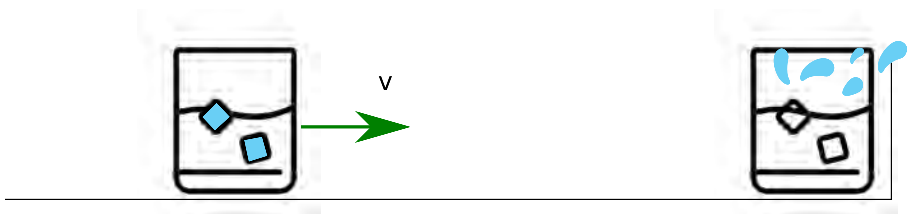
c) Skizzieren Sie den Verlauf der Geschwindigkeit gerade nach dem Absprung und lange nach dem Absprung.

d) Löse die Bewegungsgleichung nach v_{max} auf

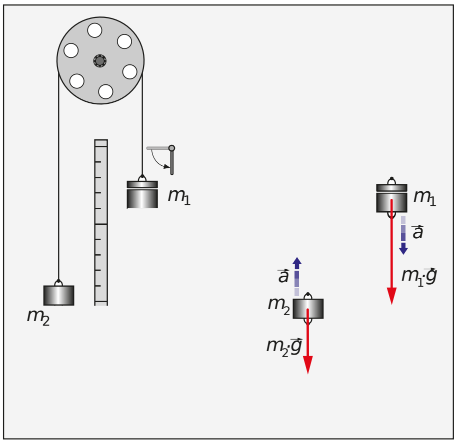


Beispiel 10.10 Trägheitsgesetz BBMXII

Wieso schwappt Getränkt nicht über, wenn der Bar-Keeper das Glas anstösst, sondern nur dann, wenn es gegen die Kante stösst? (S. 148)



Beispiel 10.11 Atwoods Fallexperiment CAQDCF



a) Wenn sich das Rad dreht, wie gross ist dann die Masse, die sich bewegt?

b) Wie gross ist die gesamte Kraft?

c) Beschleunigung $m_1 = 0.11$ kg, $m_2 = 0.1$ kg

d) m_1 startet auf einer Höhe von $s_1 = 0.2$ m. Wie lange dauert es, bis die Masse den Boden erreicht?

Beispiel 10.12 Atwoods Fallexperiment 2 DBPDCF

Wir betrachten die Anordnung wie oben. Sie wird auch im folgenden Online Experiment verwendet: `https://www.youtube.com/watch?v=4ovhEkSIqV0`

a) Berechne die Beschleunigung für $m_1 = 0.550$ kg, $m_2 = 0.56$ kg

b) Berechne die Fallzeit für die Fallhöhe 1 m.

c) Vergleiche mit dem Online-Experiment

Beispiel 10.13 Zwei Federn (Serie) 7Q91GA

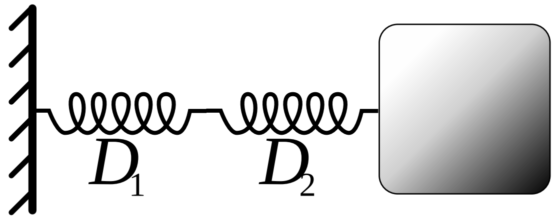
Zwei Federn werden aneinander gehängt. $D_1 = 100N/m$ und $D_2 = 200N/m$. Sie werden mit einem Gewicht von 0.25 kg belastet.

a) Wie gross ist die Kraft auf die erste und auf die zweite Feder?

b) Wie stark wird sich die erste Feder ausdehnen, wie stark die zweite?

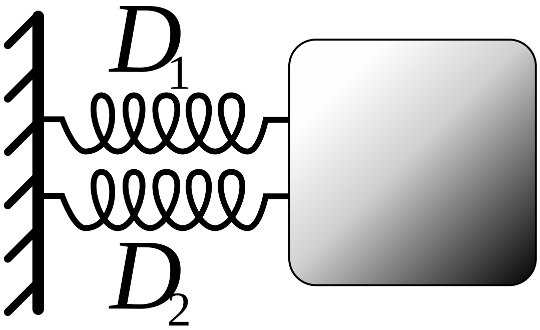
c) Was ist die Federkonstante der gesamten Anordnung?

d) Versuchen Sie zu verallgemeinern: Was ist die Federkonstante von zwei Federn in Serie?



Beispiel 10.14 Zwei Federn (parallel) **EI9TL4**

Zwei Federn ($D_1 = 100N/m$ und $D_1 = 200N/m$) werden parallel aufgehängt mit einer Mass von Gewicht von 0.25 kg belastet. Die Ausdehnung der beiden Federn ist immer gleich gross, d.h. $x_1 = x_2 = x_t$.



a) Wie gross ist die Kraft auf die erste und auf die zweite Feder?

b) Welche Kraft haben die beiden Federn gemeinsam?

c) Welche Auslenkungen haben Sie?

d) Was ist die Federkonstante der gesamten Anordnung?

e) Versuchen Sie zu verallgemeinern: Was ist die Federkonstante von zwei parallelen Federn?

Beispiel 10.15 Maximale Beschleunigung **HT4QYK**

Wir betrachten ein Auto der Masse $m = 900$ kg. Die Antriebsachse ist mit 65 % der Gewichtskraft belastet. Die Haftreibung zwischen Asphalt und Auto ist $\mu_H = 0.95$.

a) Was ist die Kraft auf die Antriebsachse?

b) Welche maximale Kraft kann also auf Strasse übertragen werden?

c) Welche maximale Beschleunigung ist möglich ohne Rollreibung? Geben Sie den Ausdruck auch analytisch an, d.h. verallgemeinern sie a für eine Masse m, die Erdbeschleunigung g, η der Anteil der Auf der Antriebsachse ruht und die Haftreibungskonstante μ_H.

d) Wie kann man die maximale Beschleunigung erhöhen?

e) Wir berücksichtigen nun auch die Rollreibung $\mu_R = 0.012$. Geben Sie die Gesamtkraft auf das Auto beim Beschleunigen an.
Achtung: F_R fasst verschiedene Reibungseffekte summarisch zusammen und ist proportional zum Gesamtgewicht des Fahrzeugs.

f) Was ist jetzt die maximale Beschleunigung?

Beispiel 10.16 Ski-Fahrer (schiefe Ebene), **SXC4XF**

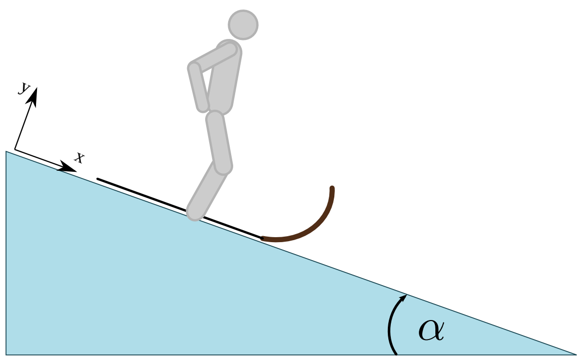
Ein Skifahrer (m =80 kg) steht auf einem Hang mit der Neigung $\alpha = 30°$; Die Gleitreibungszahl zwischen Ski und Schnee ist $\mu = 0.05$; Wie schnell wird beschleunigen? Vorgehen:

a) Welche Kräfte wirken auf den Skifahrer? Zeichnen Sie die Kräfte ein?

b) Zeichnen Sie Fahrtrichung des Skifahrers ein. Welche Kräfte sind parallel zur Fahrtrichtung?

c) Kräfte (mit Vektoren in **gekippten** Koordinatensystem!)

d) Beschleunigung



Beispiel 10.17 Gummiball **QYB8E3**

Ein Hartgummiball fällt auf dem Boden und prallt zurück. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

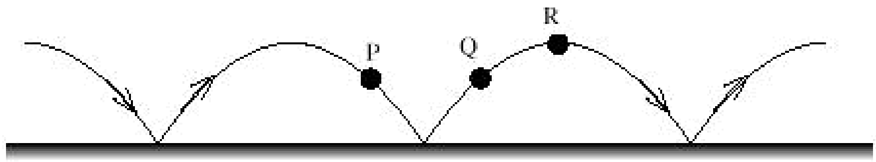
a) Beim Aufprall übt der Ball eine Kraft auf den Boden aus.

b) Beim Aufprall übt der Boden eine Kraft auf den Ball aus.

c) Weder a noch b)

Beispiel 10.18 Gummiball 2 **P1XQ8T**

Der Gummiball springt auf dem Boden. Zeichnen Sie die Pfeile in die Abbildung ein, die die Richtung der Beschleunigung des Balls in den Punkten P, Q, und R angeben?



Beispiel 10.19 Sonnenumlaufbahn **3XDGE6**

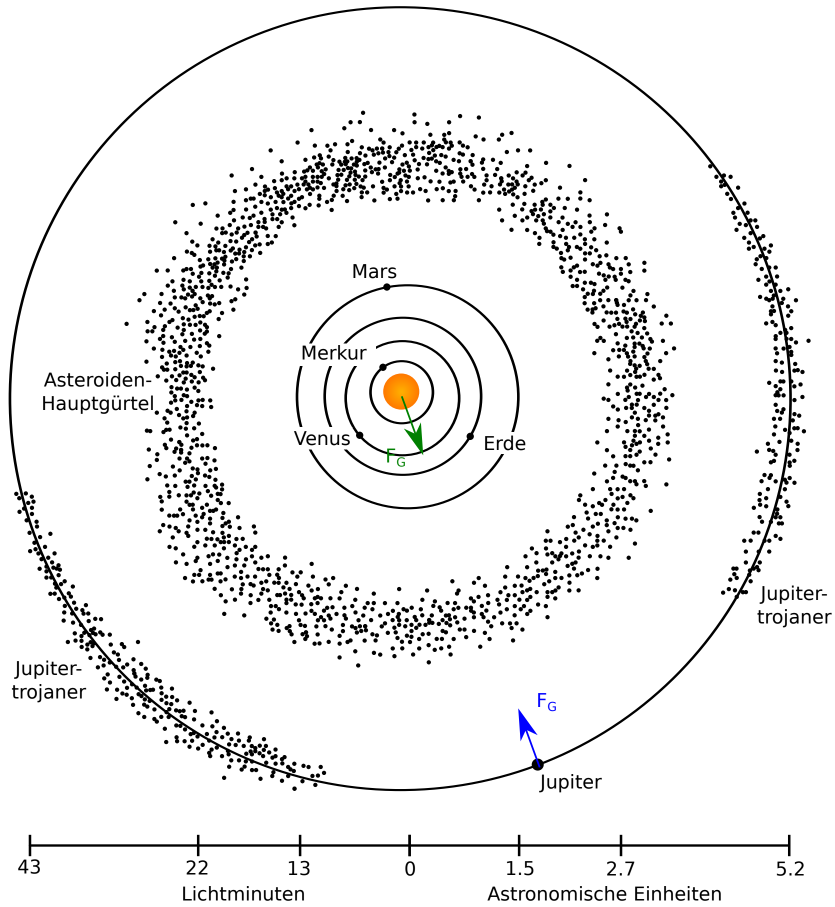
Wenn die Erde von der Sonne angezogen wird, warum fällt sie nicht in die Sonne?

a) Weil sie eine so grosse Tangentialgeschwindigkeit besitzt.

b) Weil es eine gleich grosse Kraft gibt die die Erde von der Sonne fernhält.

c) Weil die Erde eine zu grosse Masse hat, um sich in Richtung der Sonne zu bewegen.

d) Weil die Trägheit der Erde zu gross ist, um sich in Richtung der Sonne zu bewegen.



10.1 Dynamik für $F(s,t)$

Infobox 10.5 Ort, Zeit und Beschleunigung

Durch Ableiten nach der Zeit ($\frac{d}{dt}$) ergibt sich die Abfolge

$$\begin{aligned} & & & s(t) \\ v(t) &= & & \frac{d\,s(t)}{dt} \\ a(t) &= \frac{d\,v(t)}{dt} &= & \frac{d^2\,s(t)}{dt^2} \end{aligned}$$

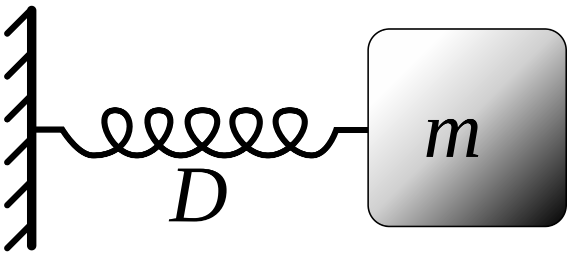
Dies sind die Definitionen von $v(t)$ und $a(t)$ und deshalb immer gültig.

Infobox 10.6 Newtons 2. Satz

Newtons 2. Satz lautet für konstante Massen m:

$$F(s,t) = m \cdot \frac{d^2\,s(t)}{dt^2}$$

Beispiel 10.20 Federpendel **TBSU5G**



a) Welche Kräfte wirken auf die Masse?

b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf

c) Lösen Sie die Bewegunsgleichung mit dem Ansatz $s(t) = A\cos(\omega \cdot t)$ und den unbekannten Paramtern A und ω.

d) Bestimmen Sie daraus (wenn möglich) die Amplitude A und die Umlaufzeit T der Schwingung.

Infobox 10.7 Lösung von Differentialgleichungen

Differentialgleichungen können mit guten Computer-Algebra-System gelöst werden, z.B. auf Wolfram-Alpha mit der Eingabe:

```
dsolve  m* s''[t] = - D * s[t]
```

Beispiel 10.21 Freier Fall **AL8BK9V**

Berechnen Sie das Orts-Zeit-Gesetz $s(t)$ für ein Objekt im Schwerefeld der Erde, d.h. es wirkt die Kraft

$$F = g \cdot m$$

mit g der Ortskonstante und m der Masse. Vorgehen:

a) Stellen Sie die Differentialgleichung für die Bewegung auf.

b) Lösen Sie die Differentialgleichung mit Tabellen der Lösung von DGLs oder Wolfram-Alpha

Beispiel 10.22 Flasche im freien Fall

Der Ort $s(t)$ eines frei fallenden Gegenstands erfüllt die Gleichung

$$s(t) = A \cdot t^2 + B \cdot t + C$$

Bestimmen Sie die Parameter A, B und C für eine Flasche, die in 2 m Höhe fallen gelassen wird, d.h. zum Zeitpunkt $t = 0$ ist sie in Ruhe und hat die Geschwindigkeit $v_0 = 0$. Danach wirkt nur die Gravitationskraft.

a) Wir haben 3 freie Parameter. Welche 3 Bedingungen muss $s(t)$ erfüllen?

b) Bestimmen Sie $v(t)$ und $a(t)$ für den Ansatz.

c) Bestimmen Sie $v(0)$ und $a(0)$ für den Ansatz.

d) Lösen Sie das resultierende Gleichungssystem.

e) Geben Sie $s(t)$ an.

10.2 Online-Materialien

- Die Reibungskraft erklärt.
  `https://www.youtube.com/watch?v=TlptYWq7bIo`
- Dynamik Vektorielle Addition von Kräften
  `https://www.youtube.com/watch?v=0hkKrinkioM`
- Dynamik Newtonsche Gesetze, Theorie
  `https://www.youtube.com/watch?v=9Lgtmgg8OJ0`
- Aufgabe zu Kraft und Kinematik
  `https://www.youtube.com/watch?v=zRN90WGIc2M`
- Ausblick: Fall mit Luftwiderstand (DGL lösen)
  `https://www.youtube.com/watch?v=w_a-CayHT9Q`
- Experiment Trägheit: Batzen fällt in Flasche (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20064/30058/`
- Federwagen: Actio = Reaction (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20064/30670/`
- Fallgesetz mit Luft und Vakuum (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20064/30186/`
- Wurf im bewegten System: Bezugssystem (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20064/30658/`
- Federverlängerung proportional zu der Kraft (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20064/30191/`

- Haftreibung und Gleitreibung
  `https://www.youtube.com/watch?v=RyT9RwDAgeA`

KAPITEL 12

Statik

Lernziele 12.1 Statik

- Die Studierenden kennen das Drehmoment und können es berechnen, als Skalar und als Vektor.
- Die Studierenden kennen die Bedingung für statisches Gleichgewicht

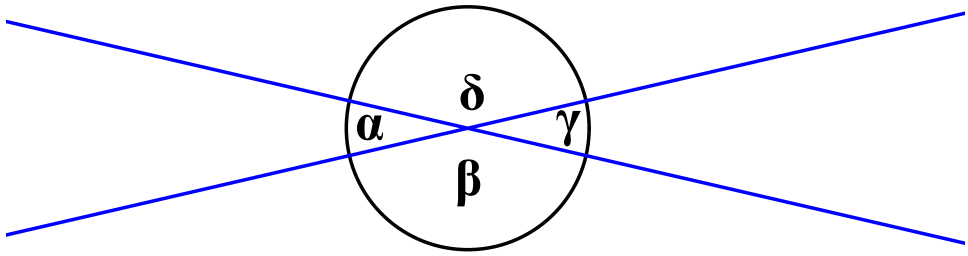
$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \text{ und } \sum_i \vec{M}_i = \vec{0}$$

Geometrie:

- Die Studierenden können Vektoren (z.B. Kräfte) in Komponenten in einem rechtwinkligen Koordinatensystem zerlegen.
- Die Studierenden kennen Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufenwinkel und Wechselwinkel.

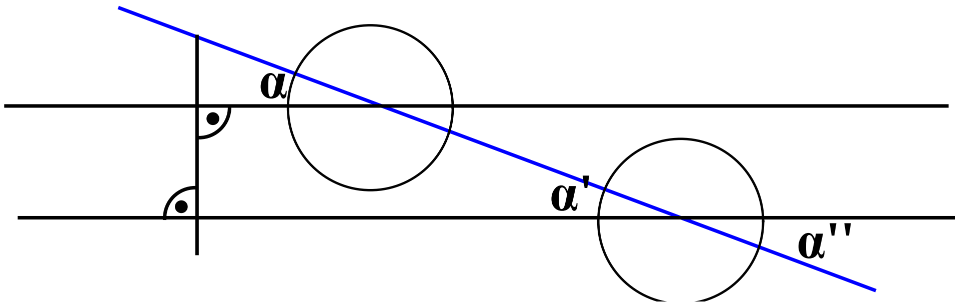
12.1 Geometrie

Definition 12.1 Scheitelwinkel/Nebenwinkel



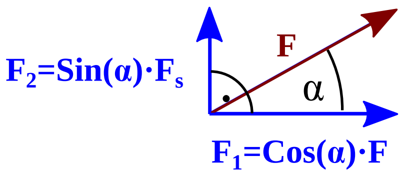
- α und γ sind Scheitelwinkel. $\alpha = \gamma$
- α und β sind Nebenwinkel. $\beta = 180° - \alpha$

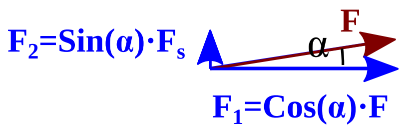
Definition 12.2 Stufenwinkel/Wechselwinkel



α und α' sind Stufenwinkel.
α und α'' sind Wechselwinkel. $\alpha = \alpha' = \alpha''$

Infobox 12.1 Zerlegung Vektor



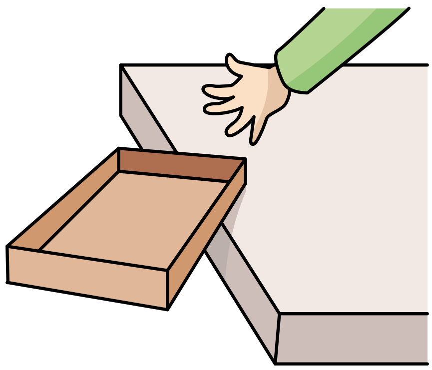


Die Kraft mit Betrag F soll zerlegt werden in eine Kraft F_1, die Winkel α einschliesst mit $\vec{F}$ und Kraft senkrecht dazu. Für $\alpha < 45°$ ist $F_1 < F_2$. Dies erlaubt die Zuordnung:

- grosser Anteil ist $F_1 = \cos(\alpha) \cdot F$
- kleiner Anteil ist $F_2 = \sin(\alpha) \cdot F$

12.2 Anwendung

Beispiel 12.1 Schwerpunkt GVDSYU



a) Wird die Schachtel herunterfallen?

b) Was ist die Bedingung, dass die Schachtel herunterfällt?

c) Was könnte man tun, damit die Schachtel der gezeigten Lage nicht herunterfällt

Definition 12.3 Schwerpunkt

Der Punkt eines Köprers, in dem die gesamte Masse vereint gedacht werden kann, heisst **Schwerpunkt** (oder Massemittelpunkt).

[Mäder and Kamber, 2020, p. 195]

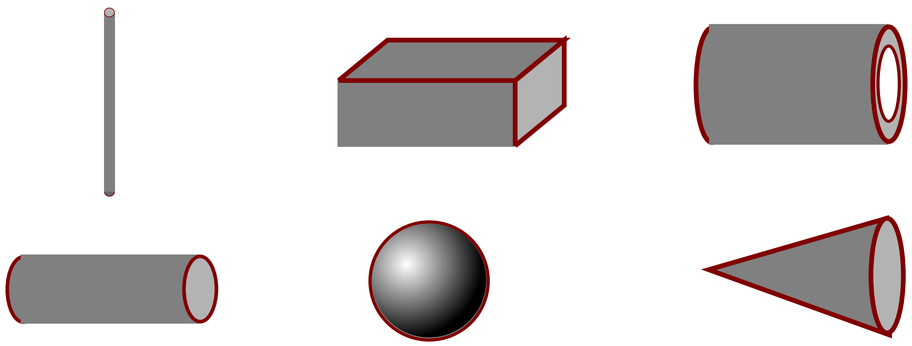
Infobox 12.2 Schwerpunkt

Wird ein Körper im Schwerpunkt unterstützt, bleibt er im Gleichgewicht.

Wird ein Körper nicht unterstützt, wirkt nur die Schwerkraft auf den Körper und es wirkt kein Drehmoment.

Beispiel 12.2 Schwerpunkt 2 **LIVQ1K**

Bestimmen Sie den Schwerpunkt der gezeichneten Objekte.

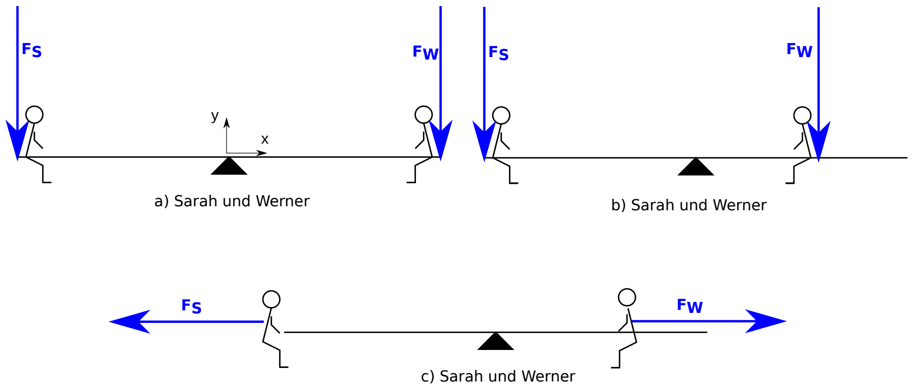


Beispiel 12.3 Schaukel **3N3C7C**

a) Sarah und Werner sind gleich schwer (40 kg) und setzen sich auf die Schaukel. Die Summe der Kräfte scheint nicht ausgeglichen zu sein. Warum ist die Schaukel trotzdem in Ruhe?

b) Nun rutscht Werner etwas nach innen und die Schaukel bewegt sich. Weshalb? Was ist nun nicht mehr ausgeglichen?

c) Schliesslich ziehen die beiden an der Schaukel wie beim Seilziehen. Die Schaukel bewegt aber nicht. Weshalb?



Definition 12.4 Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$M = r \cdot \underbrace{F_{\text{tangential}}}_{=F\cdot\sin(\alpha)}$$

- F_t: Tangentialkomponente der Kraft [N]
- r: Abstand von Drehachse zu Angriffpunkt der Kraft [m]
- α: Winkel zwischen Hebelarm und Kraft

Wirkt die Kraft im mathematisch positiven Sinn d.h. im Gegenuhrzeigersinn, ist das Drehmoment positiv, sonst negativ.

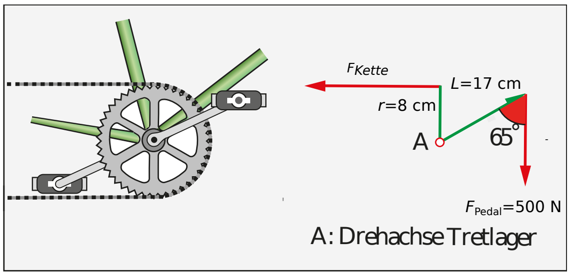
Beispiel 12.4 Drehmoment berechnen **06HHDN**

Sarah und Werner sitzen 2 m vom Lager entfernt.

a) Wie gross ist das Drehmoment, das Sarah ausübt? Wie gross ist das von Werner?

b) Berechnen Sie die Vektoren der Drehmomente.

Beispiel 12.5 Fahrrad **V8H6JV**



Länge Pedale $L = 17$ cm, Radius Kettenblatt $r = 8$ cm, Kraft Pedale 500 N, Winkel α=65°. Wie gross ist die Kraft an der Kette?

Satz 12.1 Statisches Gleichgewicht am starren Körper

Ein statisches Gleichgewicht herrscht, wenn

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \text{ und } \sum_i \vec{M}_i = \vec{0}$$

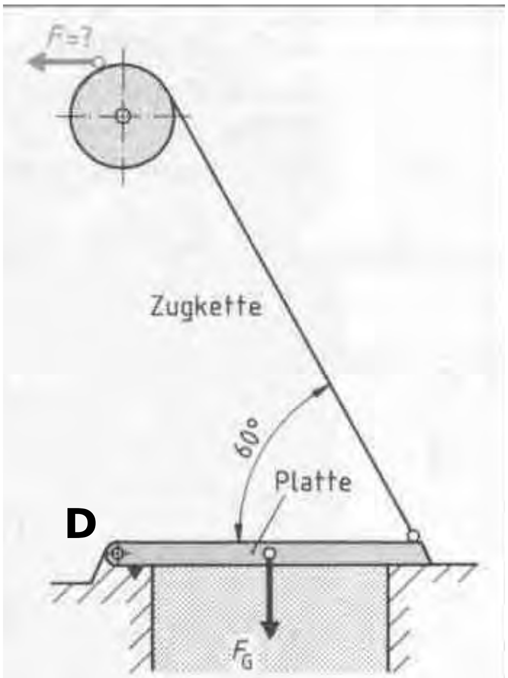
Als Resultat verändert sich die Geschwindigkeit des Körpers und seine Rotationsgeschwindigkeit nicht.

Infobox 12.3 Statisches Gleichgewicht

- **Der Körper bleibt dann in Ruhe** oder
- er bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit fort oder
- er rotiert mit konstanter Geschwindigkeit

Beispiel 12.6 Schachtdeckel (S. 2, Nr. 21) **FKURIV**

Masse Schachtdeckel 50 kg, Winkel Zugseil 60 °.



Wir betrachten zunächst die Kräfte, die auf den Schachtdeckel ausgeübt werden. Berechnen Sie nacheinander

a) das Drehmomente bezüglich $\vec{D}$ im statischen Gleichgewicht,

b) die Kraft der Zugkette auf den Deckel (Betrag und Vorzeichen),

c) die Kraft der Zugkette auf den Deckel (karthesische Komponenten),

d) die Lagerkraft bei D,

e) die Kraft der Seilenden auf die Rolle.

Beispiel 12.7 Buch vs. Kabel

a) Kleben Sie einen Stift ans Ende einer Schnur (z.B. Ladekabel). Versuchen Sie nun den Stift mit Hilfe der Schnur zu bewegen. Welche Bewegungen sind möglich? Welche nicht?

b) Was würde passieren, wenn sie den Stift auf ein Buch (fester Gegenstand) kleben würden?

Infobox 12.4 Kraft von Seilen

Schnüre, Seile und Kabel können nur entlang der Seil-Richtung *ziehen*.

Beispiel 12.8 Kräfte von Seilen **8EHXPV**

Wir betrachten ein Seil in der xy-Ebene. Das eine Ende ist bei $\vec{0}$. Das zweite Ende ist angegeben mit dem Vektor $\vec{a}$ bis $\vec{d}$. Geben Sie den Kraftvektor an.

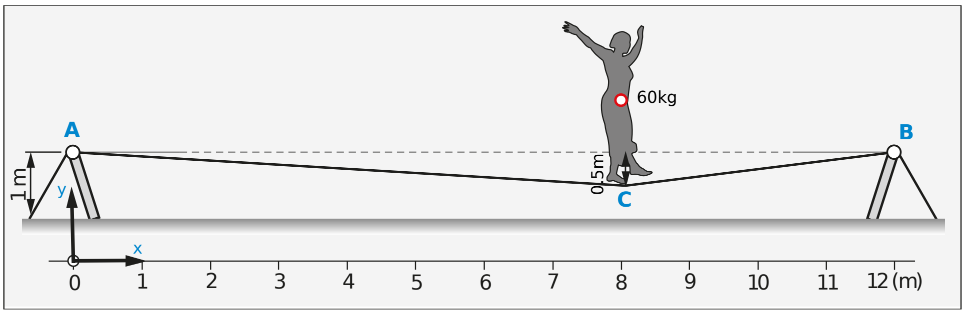
a) Kraft $F_a = 5$ N, Seilende bei
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -16 \\ 63 \end{pmatrix}$$

b) Kraft $F_b = 70$ N, Seilende bei
$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 11 \\ 60 \end{pmatrix}$$

c) Kraft $F_c = 2$ N, Seilende bei
$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

d) Kraft F_d, Seilende bei
$$\vec{d} = \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Beispiel 12.9 Slackline **E5LUGA**



Person m=60 kg, Seil 12 m, Position bei 8 m, Seil hängt 0.5 m durch. Wir betrachten das Stück des Seils, auf dem die Person steht.

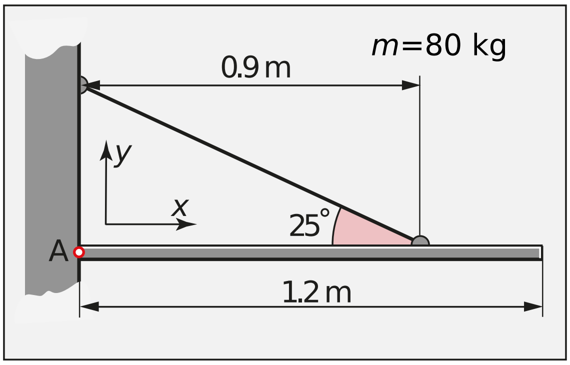
a) Richtung der Kräfte des Seil? (mit Vektoren angeben)

b) Kräftegleichung $\sum_i \vec{F_i} = \vec{0}$

c) Kräfte im Seil = ?

Beispiel 12.10 Vordach

ZC7EE8



Wir betrachten die Kräfte (von aussen) auf das Vordach. Berechne nacheinander

a) die Drehmomente bezüglich A,

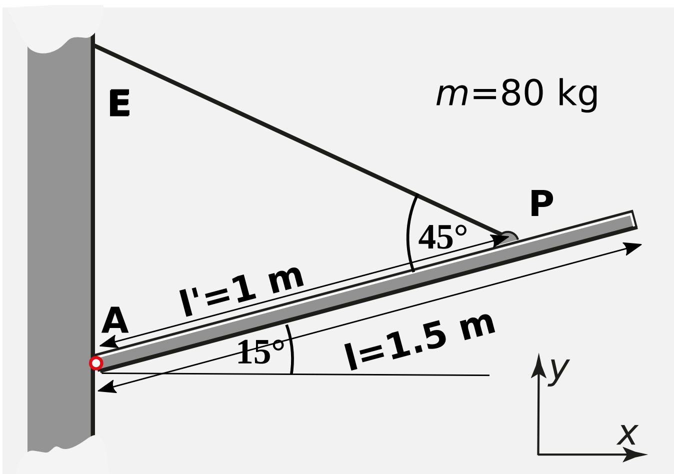
b) die Kraft des Seils (Betrag und Vorzeichen),

c) die Kraft des Seils (karthesische Komponenten),

d) die Kraft der Wand bei A.

Beispiel 12.11 Vordach (S2, Nr.19)

YD8EE8



Wir betrachten die Kräfte (von aussen) auf das Vordach. Berechne nacheinander

a) die Drehmomente bezüglich A,

b) die Kraft des Seils (Betrag und Vorzeichen),

c) die Kraft des Seils (karthesische Komponenten),

d) die Kraft der Wand bei A.

Beispiel 12.12 Statisches Gleichgewicht **KRYWDW**

Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

a) Ein Flugzeugt fliegt mit der (konstanten) Reisegeschwindigkeit 840 km/h und befindet sich in statischem Gleichgewicht.

b) Der Eifelturm ist im statisches Gleichgewicht.

c) Statisches Gleichgewicht bedeutet, dass sich nichts bewegt.

12.3 Online-Materialien

- Das Drehmoment - Technische Mechanik Grundlagen 5
  `https://www.youtube.com/watch?v=WA0ry1H4LZ4`
- Kräfte- und Momentengleichgewicht - Fachwerke und statisches Gleichgewicht, Theorie und Beispiel
  `https://www.youtube.com/watch?v=HK4Un1S2HHY`

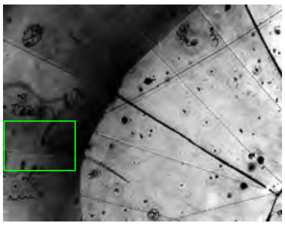
KAPITEL 14

Energie

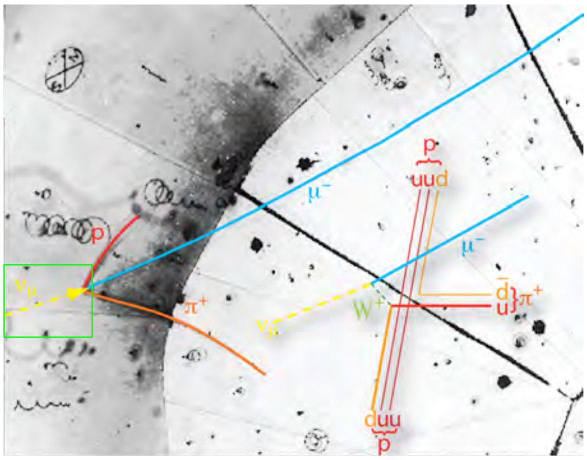
Lernziele 14.1 Energie

- Die Studierenden kennen verschiedene Formen der Energie
  - Arbeit $W = F \cdot s$ (Beträge: $W = |F| \cdot |s|$)
  - Potentielle Energie $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$
  - Kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
  - Elastische Energie $E_{\text{elast}} = \frac{1}{2} D s^2$
  - Chemische Energie $E_{\text{chem}} = m \cdot H_u$; H_u: Heizwert in J
  - Innere Energie $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$ (spezitifische Wärme) oder $Q = m \cdot L_f$ (Phasen-Übergang)
- Die Studierenden wissen, dass die Energie in einem abgeschlossenen System erhalten ist.
- Die Studierenden wissen, dass Energie zwischen den verschiedenen Energieformen umgewandelt wird, z.B. Umwandlung Arbeit in Energie: $W \Leftrightarrow E$; $W = E$ gemessen in J, Nm, Ws, kWh
- Die Studierenden kennen die Leistung $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$
- Die Studierenden kennen den Wirkungsgrad $\eta = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}}$ (keine Einheiten) und die nutzbare Energie $E_{\text{out}} = E_{\text{in}} \cdot \eta$
- Die Studierenden kennen den maximalen Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine. Es ist der Carnot-Wirkungsgrad $\eta_C = \frac{T_w - T_k}{T_w}$

Beispiel 14.1 Erfolgreiches Konzept: Energieerhaltung DZX2K4



a)



b)

Sicher haben sie schon von Teilchen gehört die kleiner sind als Atome, wie Protonen (p), Neutrinos (ν), Myon (μ^-) und Pionen (π^+).

a) Wie weist man diese Teilchen nach?

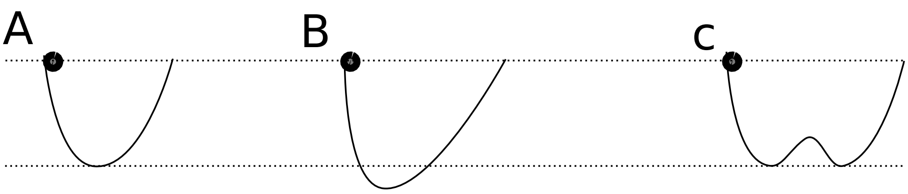
b) Betrachten Sie die beiden Bilder oben. Was fällt Ihnen auf? Versuchen Sie die Bilder zu interpretieren. Beachten Sie besonders, was sich innerhalb der grünen Box abspielt.

Beispiel 14.2 Kugelbahn **TRJFPE**

a) Wie hoch kommt der reibunsfrei rollende Ball auf der anderen Seite? Begründen Sie mit physikalischen Argumenten (Begriffen).

b) Bei welcher Bahn erreicht die Kugel die höchste Geschwindigkeit? Begründen Sie mit physikalischen Argumenten (Begriffen).

c) Nebenbei: Bei welcher Bahn bewegt sich die Kugel am Schnellsten von einer Seite zur anderen?

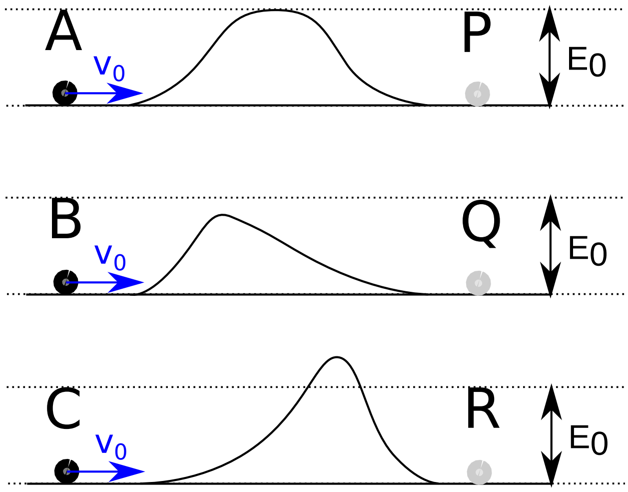


Beispiel 14.3 Kugelbahn 2 **N1CGHV**

Alle Kugeln werden bei A,B oder C mit gleicher Geschwindigkeit gestartet. Wir betrachten das System idealisiert, d.h. ohne Verluste durch Reibung.

a) Vergleichen Sie die Geschwindigkeiten bei P, Q und R. Begründen Sie mit physikalischen Argumenten (Begriffen).

b) Bei welcher Bahn erreicht die Kugel die höchste Geschwindigkeit, bei welcher die Tiefste?



Definition 14.1 Arbeit

$W = F \cdot s$ in Joule. Es gilt 1J=1 Nm
Beträge, falls Kraft parallel zu Weg steht: $W = |F| \cdot |s|$

Beispiel 14.4 Handgepäck

Gepäck 8 kg auf 2 m Höhe verstauen. Hubarbeit?

Definition 14.2 Kinetische Energie in Joule

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

- m Masse in kg
- v Geschwindigkeit in m/s

Beispiel 14.5 Senkrechter Wurf **PI1IV8**

Auf Brücke Tennisball senkrecht nach oben geworfen mit 15 m/s.

a) Wie hoch fliegt Ball?

b) Wie lange fliegt Ball nach oben? Betrachten Sie die Geschwindigkeit.

Beispiel 14.6 Abbremsen **F896IQ**

Auto 1200 kg bremst.

a) Berechnen Sie kinetische Energie des Autos bei v_1 =90 km/h und v_2 =30 km/h.

b) "Energieverlust" beim Bremsen von v_1 auf v_2?

c) Energie wird nie vernichtet. Wo ist also die Energie hin?

Infobox 14.1 Energieerhaltung

Die Energie ist immer erhalten. Hier wird kinetische Energie in Wärmeenergie der Bremsbelägen umgewandelt.

Beispiel 14.7 Tennis Aufschlag **VSJQ7H**

Schlag 2.2 m in Höhe, $v_{0,x} = 27.3$ m/s. Wir vernachlässigen den Luftwiderstand.

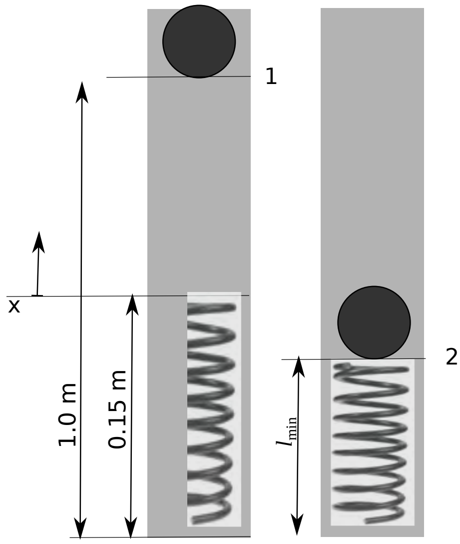
a) Energie ist erhalten zwischen Abschlag und Aufprall auf Boden. Gleichung?

b) Geschwindigkeit bei Aufprall?

c) $z-$Komponente beim Aufprall?

d) Aufprallwinkel

Beispiel 14.8 Kugel und Feder **GTZ16D**



Eine Kugel ($m = 0.1$ kg) fällt aus einer Höhe 1 m auf eine Feder der Länge $l_0 = 15$ cm und D =150 N/m.

a) Welche Energieformen kommen in diesem System vor?

b) Benutzen Sie das angegebene Koordinatensystem. Geben Sie folgende Energien an

- E_1: Der Ball ist auf einem Meter Höhe über dem Boden und die Feder ist entspannt.
- E_2: Die Feder ist maximal zusammengedrückt.

c) Wie tief fällt der Ball?

d) Auf welche kürzeste Länge wird die Feder zusammengedrückt?

Beispiel 14.9 Rollendes Fahrrad **FUBY6P**

Fahrbahn $5.8°$ geneigt, 300 m; Velo 80 kg; Fahrtwiderstand 25 N (setzt sich zusammen aus Luftwiderstand und Rollreibung)

a) Welche Formen der Energie existieren in System?

b) E_1 Velo steht zuoberst; E_2 Velo hat Höchstgeschwindigkeit.

c) $v_{\max}$=?

d) E_3 ist ganz ausgerollt

e) Wie weit rollt Velo aus?

f) Nur 2 Reifen erwärmen sich [1 Reifen: m=0.5 kg, $c = 1.5\,\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}$]. ΔT=?

Definition 14.3 Leistung

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{dE}{dt}$$

Einheiten: $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{Watt} = \mathrm{W}$
Veraltet: $1\mathrm{PS} = 735\,\mathrm{W}$

Beispiel 14.10 Energie im Haushalt **5LTX3F**

Ein Zweipersonenhaushalt verbraucht durchschnittlich 2100 kWh pro Jahr an elektrischer Energie (Strom).

a) Was ist die durchscnittliche Leistung, die bezogen wird?

b) Die 2000 W Gesellschaft will den durchschnittlichen Energieverbrauch pro Person auf 2000 W zurückfahren. Wie entsteht der Unterschied zwischen diesem Ziel und der Zahl die oben errechnet wurde?

Beispiel 14.11 Jungfrau-Marathon **VXK36W**

a) Leistung Wanderer? m=65 kg, 400 m Aufstieg pro Stunde

b) Leistung Läufer ? m=65 kg, 1829 m in 2h50min

Beispiel 14.12 Viehhüter **H67HVK**

Elektrische Zäune sind mit 2000 Volt bis höchstens 10 000 Volt geladen. Eigentlich erstaunlich, denn die Netzspannung (Steckdose) beträgt 230 V und ist lebensgefährlich. Welche der folgenden Aussagen treffen zu:

a) Die Person am Ende einer Menschenkette erfährt bei Kontakt die volle Spannung und deshalb den stärksten Stromschlag

b) Nur Strom · Spannung sagt etwas über die Gefährlichkeit einer elektrischen Anordnung aus

c) Die Wanderschuhe erhöhen meinen Innenwiderstand und deshalb ist der Stromschlag durch den Viehhüter nicht tödlich.

Definition 14.4 Elektrische Leistung

$$P = U \cdot I$$

U: Spannung in Volt [V], I in Ampère [A] ; $\mathrm{V} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{W}$

Beispiel 14.13 Leistungsschutz-Schalter (Sicherung) **CMUANB**

V=230 V. Maximaler Strom 13 A.
Was ist die maximale Leistung eines Haushaltgerätes?

Beispiel 14.14 Preis Energie aus Batterie

Wir betrachten AA Mignon-Zelle. Sie speichert $E = 3.75$ Wh.

a) Preis in CHF/KWh für Wegwerfbatterie (Kaufpreis 1 Fr.)

b) Preis in CHF für eine Ladung (Energie aus Steckdose 0.25 CHF/kWh)

c) Preis in CHF/KWh für Akku (Kaufpreis 5 CHF, 10.7.2017); 100 Mal aufladbar (CHF/KWh)

Definition 14.5 Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

E_{out} nutzbare Energie, E_{in} Energie-Aufwand

Beispiel 14.15 KKW Leibstadt

$P_{\text{thermisch}}$ =3600 MW, $P_{\text{elektrisch}}$ =1275 MW, η =?

Satz 14.1 Carnot-Wirkungsgrad

$$\eta_C = \frac{T_w - T_k}{T_w}$$

T_w: Temperatur auf warmen Seite, T_k: Temperatur auf kalten Seite.
Temperaturen in K
η_C ist theoretisch maximaler Wirkungsgrad von Wärmemaschinen.

Definition 14.6 Heizwert H_u

$$E_{\text{chem}} = H_u \cdot m$$

Energie, die man maximal aus Stoff bei Verbrennung gewinnen kann.

Beispiel 14.16 Verbrennungsmotor **YY78XG**

Verbrennungstemperatur $T_w = 2500°$C, Abgastemperatur $T_k = 1000°$C.

a) η_C =?

b) 250 g Benzin, H_u =42 MJ/kg ergibt 1 kWh mechanische Energie. η_{eff} =?

14.1 Online-Materialien

- Rotationsenergie (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20002/30494/`
- Potentialtopf, Dissipation (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20002/30462/`
- Potentielle Energie wird kinetisch (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20002/30463/`
- Antigraviation? (ETHZ)
  `https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10000/20002/30040/`

KAPITEL 16

Energie und Gesellschaft

Lernziele 16.1 Energie und Gesellschaft

- Die Studierenden setzen sich mit der Frage auseinander: Was sind die grössten Herausforderungen bezüglich der Energieversorgung in den nächsten 50 Jahren?
- Sie setzen sich mit der Frage auseinander: Welches sind die möglichen und sympathischen Lösungen für die Energieversorgung.

Lesen Sie das Kapitel 16 auf den Seiten 235 bis 247 durch und beantworten sie die Fragen.

Beispiel 16.1 Energie und Gesellschaft, ab S.235 **XDV9W8**

a) Wie lange dauerte der Aufbau Gasreserven auf der Erde?

b) Welche Energieträger werden heute subventioniert? Wieso?

c) Energie kann nicht vernichtet werden. Wie kann Energie also verschwendet werden?

Beispiel 16.2 Energie und Gesellschaft, ab S. 235 **858Q50**

a) Welches sind die natürlichen Energiequellen auf der Erde

b) Wieso ist die Einführung von neuen Energieträgern langwierig/schwierig?

c) Wir wollen Diesel (aus einem Ölfeld) benutzen um das Autoradio zu betreiben. Welcher Teil der im Diesel gespeicherten Energie kann genutzt werden? Wo geht Energie verloren?

Beispiel 16.3 Energie und Gesellschaft, ab S. 236 **CKNNZZ**

a) Gibt es Strahlung, die besonders stark von CO_2 absorbiert wird?

b) Weshalb ist CO_2 für die Menschheit ein Problem?

c) Welches sind die Quellen von CO_2?

d) Welches sind die Senken von CO_2?

e) Warmes Wasser kann weniger CO_2 aufnehmen. Die Ozeane sind also verantwortlich für den CO_2 Ausstoss?

Beispiel 16.4 Energie und Gesellschaft, ab S. 236 **3PBJ0I**

a) Was ist die Quelle der Sonnenenergie/Was ist die Senke?

b) Geben Sie je ein Beispiel: Chemische Energie, Thermische Energie, Elektrische Energie, Strahlungsenergie und mechanische Energie

c) Ordnen Sie nach Nutzbarkeit.

d) Geben Sie ein Beispiel, wie diese Energien genutzt werden können.

Beispiel 16.5 Energiehaushalt Schweiz, ab S. 241 **63M08Z**

a) Seit 1960 hat der Energieverbrauch zugenommen in der Schweiz. Um wie viel?

b) Welches ist der wichtigste Energieträger in der Schweiz? Wofür wird er hauptsächlich verwendet?

c) Reicht die Sonneneinstrahlung um die Schweiz mit Energie zu versorgen?

Beispiel 16.6 Klimawandel, ab S. 244 **6N9FW2**

a) Folgen der Klimaerwärmung?

b) Wie wird CO_2 Konzentration in der Atmosphäre gemessen? Einheiten?

c) CO_2 Konzentration heute/vor Industrialisierung?

d) Wieviel Kohlenstoff dürfen für das 2-Grad-Ziel noch verbrannt werden?[a]

e) Wann wird die Menschheit soviel C verbrannt haben?

[a] Das Zwei-Grad-Ziel beschreibt das Ziel der internationalen Klimapolitik, die globale Erwärmung auf weniger als zwei Grad Celsius bis zum Jahr 2100 gegenüber dem Niveau vor Beginn der Industrialisierung zu begrenzen.

Beispiel 16.7 Energiequellen der Zukunft **QLNZE6**

Benennen Sie mindestens 5 erneuerbaren Energiequellen.

Beispiel 16.8 Energie und Gesellschaft, Folgerungen **IR76E0**

a) Was sind die grössten Herausforderungen bezüglich der Energieversorgung in den nächsten 50 Jahren?

b) Welches sind die möglichen und sympathischen Lösungen für die Energieversorgung.

KAPITEL 17

Wellen

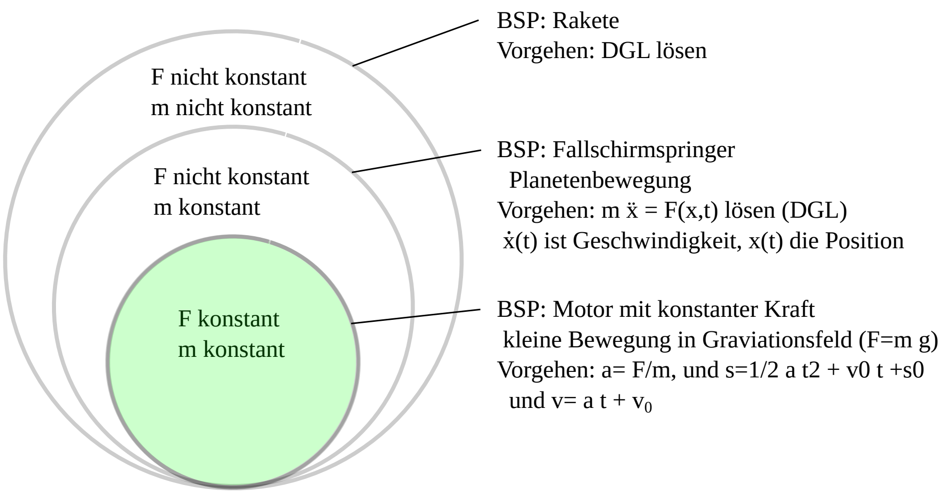
Lernziele 17.1 Schwingungen und Wellen

- Die Studierenden kennen Harmonische Schwingungen $y(t) = A \cdot \sin(\omega\, t + \phi)$
- Die Studierenden kennen Wellen $y(x) = A \cdot \sin(k\, x + \phi)$ mit $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ und die Wellenlänge $T \cdot c = \lambda$
- Die Studierenden können longitudinale und transversale Wellen unterscheiden; Sie wissen, dass es in Flüssigkeiten und Gasen keine transversale Wellen gibt.
- Die Studierenden können Wellen (im physikalischen Sinn) von Brandungswellen unterscheiden. In Wellen im physikalischen Sinn bewegt sich nur die Energie fort (nicht die Teilchen), in Brandungswellen hingegen auch die Teilchen.
- Die Studierenden kennen die Interferenz von Wellen. Sie wissen, dass Auslöschung bei einem Gangunterschied von $\Delta s = \lambda/2$ stattfindet.
- Die Studierenden kennen die Beugung. Sie wissen wie sie zur Messung der Wellenlänge oder zur Bestimmung von kleinen Abständen (z.B. Röntgenbeugung) benutzt werden kann; Sie kennen den Unterschied zwischen Röntgen-Tomographie und Röntgen-Beugung.
- Die Studierenden wissen, dass Gegenstände und Information sich nicht schneller als die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c = 2.99792458 \cdot 10^8m/s\approx 3 \cdot 10^8$m/s fortbewegen kann; Sie wissen, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Medien (z.B. Luft, Wasser, etc) stets unter c liegt.
- Die Studierenden kennen das Spektrum der elektromagnetischen Wellen, von Ultralangwellen über Infrarot, sichtbares Licht, Ultraviolett bis zu der Röntgenstrahlung. Sie wissen, dass diese Strahlung ähnliche Eigenschaften hat und sich vor allem in der Wellenlänge unterscheidet.
- Die Studierenden wissen, dass elektromagnetischen Wellen durch schwingende Dipole erzeugt wird.

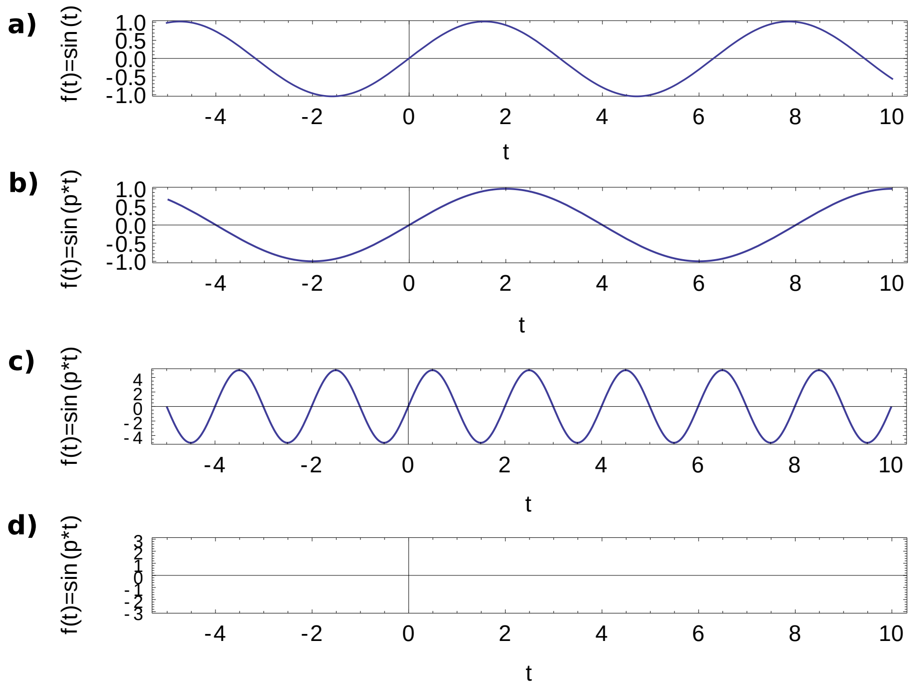
Lernziele 17.2 Schwingungen und Wellen (fakultativ)

- Die Studierenden kennen das Funktionsprinzip des Lasers (stimulierte Emission). Auf mikroskopischer Ebene entsteht die Emission von Licht durch den Übergang eines Elektrons von einem hohen zu einem tieferen Energieniveau.
- Die Studierenden kennen den Welle/Teilchen Dualismus für Elementarteilchen wie Photonen, Elektronen etc. Sie kennen Experimente, bei denen der Teilchencharakter zum Vorschein kommt (Doppelspalt-Experiment) und solche bei denen der Teilchencharakter dominiert (Geigerzähler, Photoeffekt). Sie wissen auch, dass freie Teilchen die Energie $E = h \cdot f$ besitzen.

Infobox 17.1 Ergänzung Newton 2. Gesetz



Beispiel 17.1 Harmonische Schwingung: Periode, Kreisfrequenz



a) Die Funktion $f(t) = \sin(t)$ wiederholt sich nach der Periode $T = 2\pi$. Welche Periode hat die Funktion $f(t) = \sin(p \cdot t)$ für $p > 0$?

b) Periode, Kreisfrequenz?

c) Periode, Kreisfrequenz?

d) Zeichne die Funktion $f(t) = 3 \cdot \sin(\frac{\pi}{3} \cdot t)$ ein.

Periode, Kreisfrequenz?

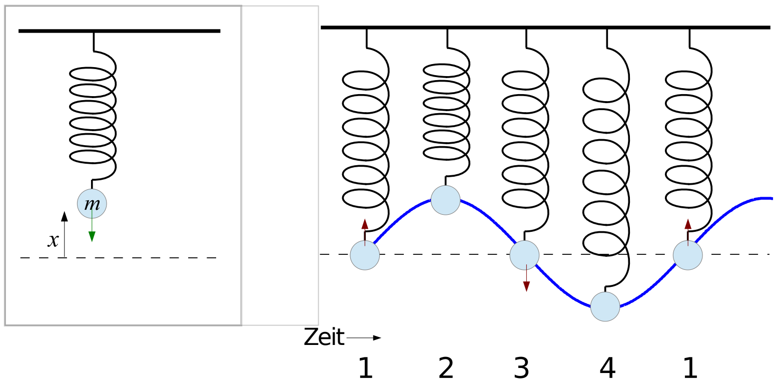
Definition 17.1 Harmonische Schwingung

$$y(t) = A \cdot \sin(\frac{2\pi}{T} \cdot t)$$

A Amplitude in m; T Schwingunsdauer in sec.
Oft auch geschrieben mit Winkelfrequenz ω

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Beispiel 17.2 Harmonischer Oszillator (Herleitung) **G3SSZP**



a) **b)**

Video:

Wir wollen in diesem Beispiel den Zusammenhang zwischen Federkonstante D, Masse m und Schwingungsfrequenz T berechnen.
Für den Versuchsaufbau wird die Masse traditionellerweise an die Feder gehängt. Doch in einem liegenden Pendel entsteht die selbe Frequenz der Bewegung wie in einem hängenden Pendel! Betrachten Sie also das Pendel liegend auf einem Tisch — ohne Reibung, d.h. beachten sie die potentielle Energie und die Graviationkraft beim hängenden Pendel nicht. Die gestrichelte Linie deutet die Ruhelage an.

a) Welche Energieformen sind in schwingenden Pendel vorhanden? Beschreiben sie anhand der Darstellung oben, wie die Energieformen ineinander umgewandelt werden. Beschreiben sie für 1,. . . ,4 welche Kräfte wirken und welche Verschwinden.

b) Ordnen Sie das Federpendel einer der Kategorien oben zu. Begründen Sie.

c) Drücken Sie die Kräfte mit Hilfe der Koordinate x aus und stellen Sie die Bewegungsgleichung auf (Benützen Sie Newtons 2. Satz, das ergibt eine Differentialgleichung, DGL).

d) Differentialgleichungen werden so gelöst, dass man einen Ansatz in die Differentialgleichung einsetzt. Wir machen den Ansatz $x(t) = A \cdot \sin(p \cdot t + r)$. Berechnen Sie die 1. und die 2. Ableitung davon. Setzen Sie den Ansatz in die DGL ein. Welche Grössen werden durch die DGL bestimmt, welche werden nicht bestimmt.

e) Berechnen Sie mit Hilfe der letzen Resultate die Schwingungsdauer des harmonischen Oszillators.

Beispiel 17.3 Ungedämpfte Federschwingung 1 **852RAH**

Berechne die Federkonstante D und die Schwingungsdauer T für eines Feder, die durch einen angehängten Körper der Masse $m = 20$ g um $\Delta s = 10$ cm verlängert wird.

Beispiel 17.4 Ungedämpfte Federschwingung 2 **RKCJDN**

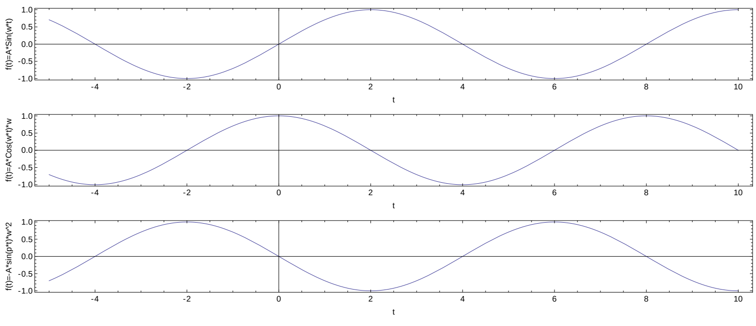
Steigert man die an eine Feder gehängte Masse von 300 g auf 500 g, so verlängert sie sich um 8 cm. Berechne die Schwingungsdauer für einen 1 kg schweren Körper.

Beispiel 17.5 Ungedämpfte Federschwingung 3 **PD4PZ0**

Welche Masse muss an eine Feder mit $D = 10$ N/m gehängt werden, damit sie mit der Periodendauer $T = 2 \cdot \pi$ schwingt?

Beispiel 17.6 Ungedämpfte Federschwingung 4 **AX0P3I**

Ein 300 g schwerer Körper schwingt an einer Schraubenfeder mit der Amplitude A= 12 cm und der Periodendauer $T = 2$ s.



a) Berechne die Federkonstante D der Feder.

b) Wie gross ist die Geschwindigkeit v beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage und bei der grössten Auslenkung?

c) Wie gross ist die Beschleunigung a beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage und bei der grössten Auslenkung?

Beispiel 17.7 Ungedämpfte Federschwingung 5 **RJ42GI**

Ein 50 g schwerer Körper wird an einer Schraubenfeder mit $D = 6$ N/m um 10 cm aus seiner Gleichgewichtslage nach unten gezogen und dann losgelassen.

a) Berechne die für die Auslenkung notwendige Kraft und die Schwingungsdauer.

b) Wie gross ist die Geschwindigkeit v beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage und bei der grössten Auslenkung?

c) Wie gross ist die Beschleunigung a beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage und bei der grössten Auslenkung?

Infobox 17.2 Harmonische Schwingung, Ergänzung **BMXII4**

- Auch $y(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$ und $y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ sind harmonische Schwingungen.
- Die allgemeinsten Ausdrücke sind

$$y(t) = a \cdot \cos(\omega \cdot t) + b \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

oder

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

mit φ Phasenverschiebung in rad.

- Die beiden letzten Ausdrücke können ineinander umgeformt werden durch

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ und } \varphi = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) + \begin{cases} \pi & (b < 0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Beispiel 17.8 Federpendel **J2YS3U**

Masse an Feder. Eine Schwingung dauert 1.988 s.

a) Winkelfrequenz?

b) Masse wird um 15 mm nach unten gezogen und bei $t = 0$ losgelassen. Beschreiben Sie die Bewegung.

c) Masse wird mit 2 m/s bei $y(t = 0) = 0$ angetrieben. Amplitude? Beschreiben Sie die Bewegung.

Beispiel 17.9 Harmonische Schwingungen S72IS8

Beschreiben Sie die Bewegungen.

a) $\omega = 2\text{Hz},\ v(0) = 0,\ y(0) = 3$ m

b) $\omega = 4\text{Hz},\ v(0) = -5$ m/s, $y(0) = 0$

c) $\omega = 3\text{GHz},\ v(0) = 0,\ y(0) = 0.1$ mm

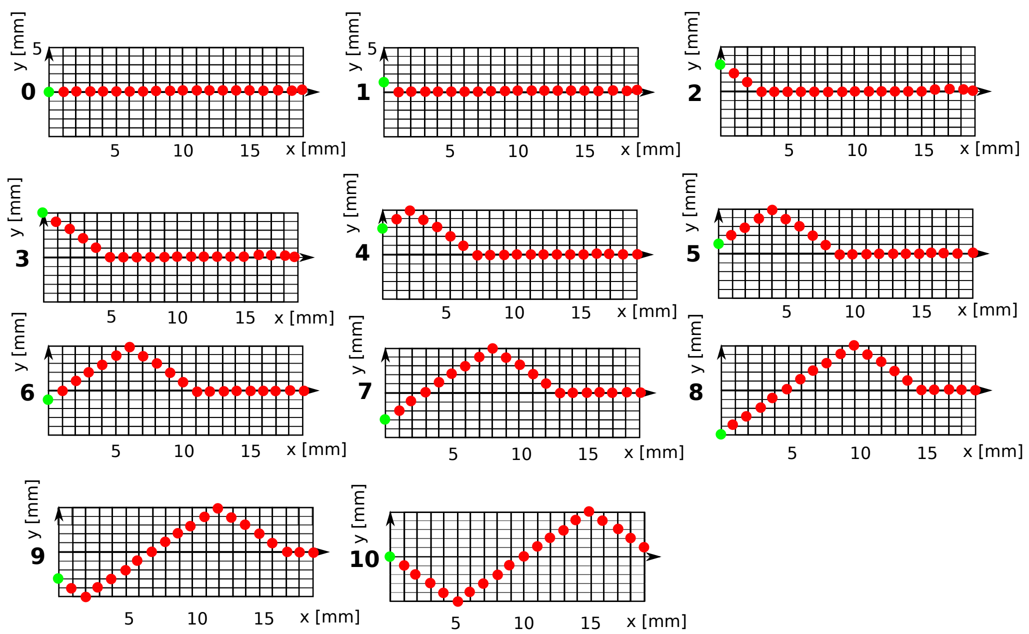
d) $\omega = 2\text{GHz},\ v(0) = 8$ m/s, $y(0) = 0$

e) $\omega = 10\text{Hz},\ v(0) = -100$ m/s, $y(0) = 3$ m

f) $\omega = 1\text{MHz},\ v(0) = 2 \cdot 10^6$ m/s, $y(0) = -4$ m

Beispiel 17.10 Wellenlänge T83JT9

Video Drahtmodell: Übergang von Schwingung zu Welle `https://www.youtube.com/watch?v=86pjC85KaL0` Video Seilwelle `https://www.youtube.com/watch?v=eDj9moKnv9o`



Sie sehen oben Schnappschüsse: Die Kette wird durch die Bewegung der ersten Kugel in Bewegung versetzt. Die Nummern bezeichnen die Zeit in Sekunden.

a) Beschreiben Sie die Bewegung der ersten und zweiten Kugel in Worten.

b) Mit welcher Frequenz schwingt die erste Kugel? Mit welcher Frequenz schwingt die zweite Kugel? Was sind ihre Schwingungsdauern?

c) Bestimmen Sie die Wellenlänge λ.

d) Bestimmen Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ der Welle.

e) Stellen Sie sich nun folgendes vor: Wir ändern die Kopplung der Kugeln untereinander, so dass die grüne Kugel genau gleich schwingt ($T = 10$s), dass sie aber weniger stark mit der zweiten Kugel verbunden ist. Wie ändern sich λ und c?

Satz 17.1 Wellenlänge λ

$$T \cdot c = \lambda$$

Wir können die Zusammenhänge auch so betrachten: In der Zeit T, in der ein Partikel eine ganze Schwingung macht, entsteht eine vollständige Welle der Länge λ. Deshalb ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$$

Beispiel 17.11 Wellenlänge **4DRE3R**

In Luft ist $c = 340$ m/s

a) Wellenlänge Basston $f = 21$ Hz

b) Wellenlänge obere Hörgrenze $f = 17$ kHz

c) in Eisen $f = 21$ Hz, $\lambda = 246.19$ m. $c =?$

Infobox 17.3 Allgemeine Beobachtungen Wellen

a) In harten Medien breiten sich Wellen schneller aus, als in weichen

b) In leichten Medien breiten sich Wellen schneller aus, als in schweren

c) in Flüssigkeiten und Gasen gibt es keine transversalen *Schall*wellen. Andere transversale Wellen z.B. elektromagnetische Wellen, können sich aber auch in Flüssigkeiten und Gasen ausbreiten.

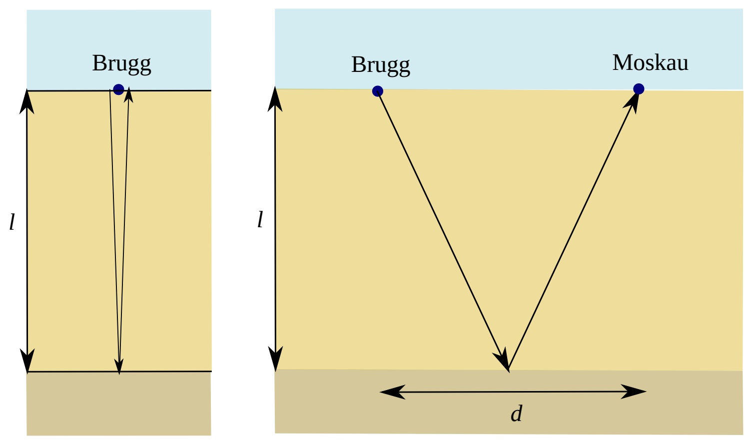
d) Phasengrenzen (Grenzschicht): Übergang von einem Material zu einem anderen.
Wellen werden an Grenzschichten teilweise reflektiert. Je grösser der Unterschied der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle, desto stärker die Reflexion.

Beispiel 17.12 Allgemeine Beobachtungen

Erklären Sie die ersten drei Gesetzmässigkeiten physikalisch.

17.1 Anwendung Geowissenschaften

Beispiel 17.13 Seismische Tomographie **53F5VW**



a) **b)**

a) Weg einer Welle Brugg-Grenzschicht-Brugg, Tiefe der Schicht: 1000 km

b) Weg einer Welle Brugg-Grenzschicht-Moskau, Tiefe der Schicht: 1000 km, Luftdistanz Brugg-Moskau: $d = 2212.5$ km

c) Laufzeit Brugg-Grenzschicht-Moskau bei $c = 10$km/s

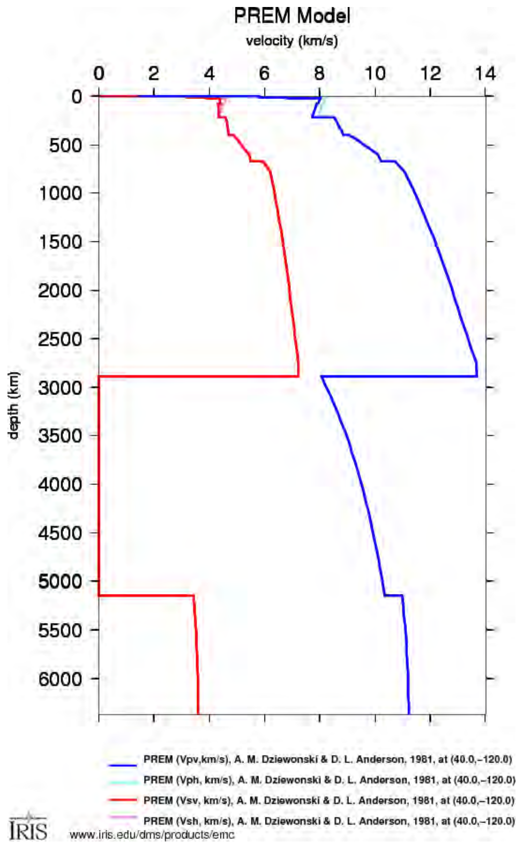
d) Wir bestimmen jetzt c in der Erde und tiefe l gleichzeitig:
1. Welle: Entsteht in Brugg-reflektiert in Tiefe l-Brugg, Laufzeit: t_1 =363 s
2. Welle: Entsteht in Brugg-reflektiert in Tiefe l-Moskau, Laufzeit: t_2 =415 s
Gleichungssystem für c?

e) Eliminieren

f) Auflösen nach l

g) c berechnen

Beispiel 17.14 Erkundung des Erd-Inneren (PREM)

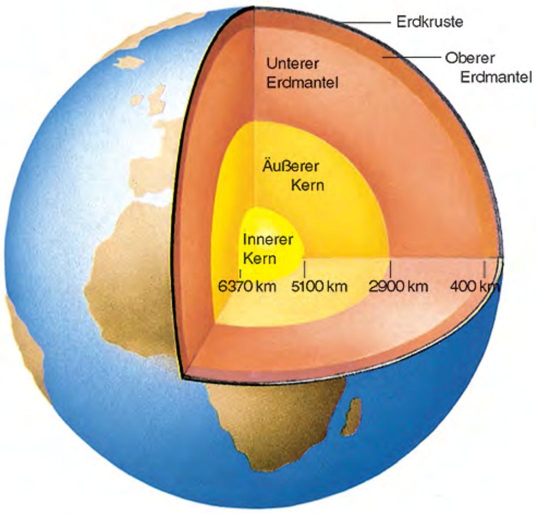


a) Erdradius

b) Wie tief ist das tiefste Loch auf der Erde?

c) Wie gewinnen wir Information über Erd-Inneres?

Schalenaufbau Erde



17.2 Interferenz und Beugung

Beispiel 17.15 Superpositon von zwei Wellen **5ESF4S**

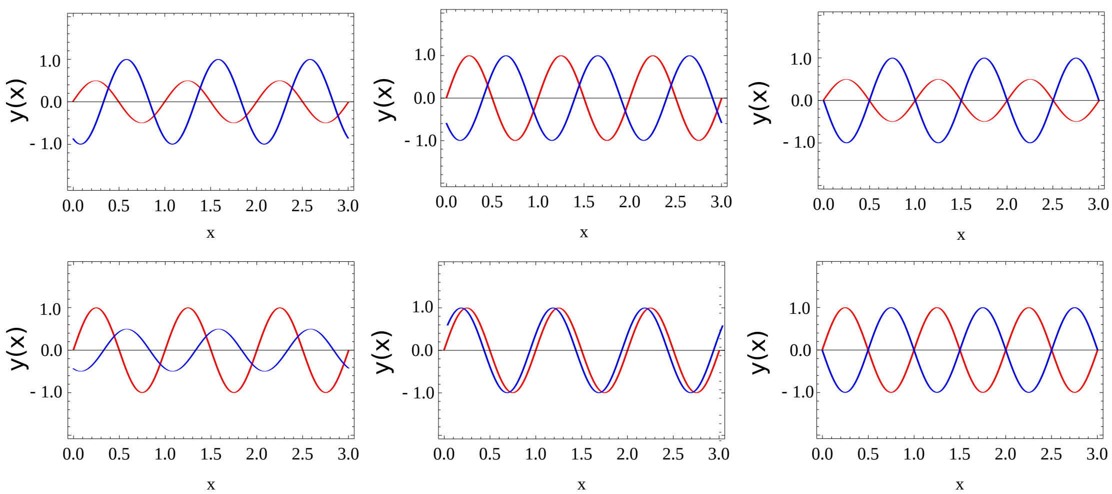
Video: `https://www.youtube.com/watch?v=B2I_71F9g4w`

a) Zeichne unten die Wellenlänge λ ein in die Graphiken.

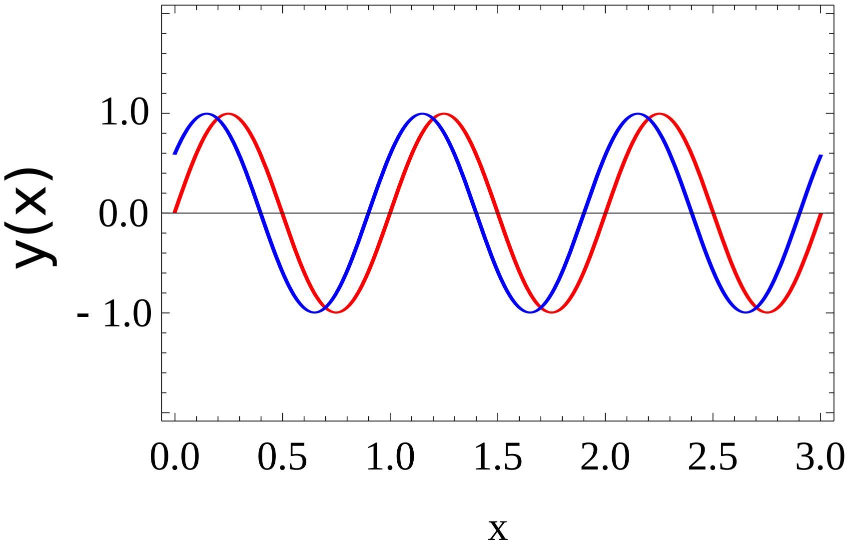
b) Um wie viel Prozent ist die blaue Welle gegenüber der Roten verschoben? Betrachte dazu die Nulldurchgänge der roten und der blauen Welle. Benutze λ um dies auszudrücken.

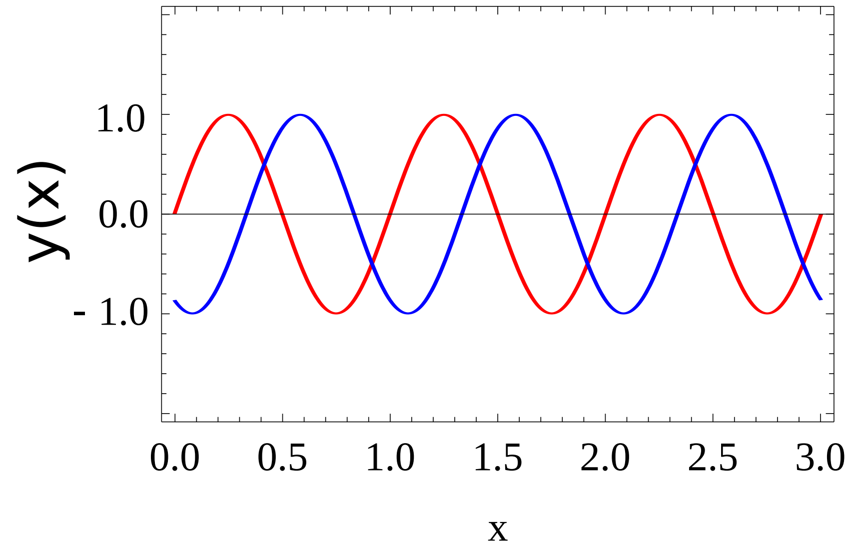
c) Zeichnen Sie die Summe der Wellen.

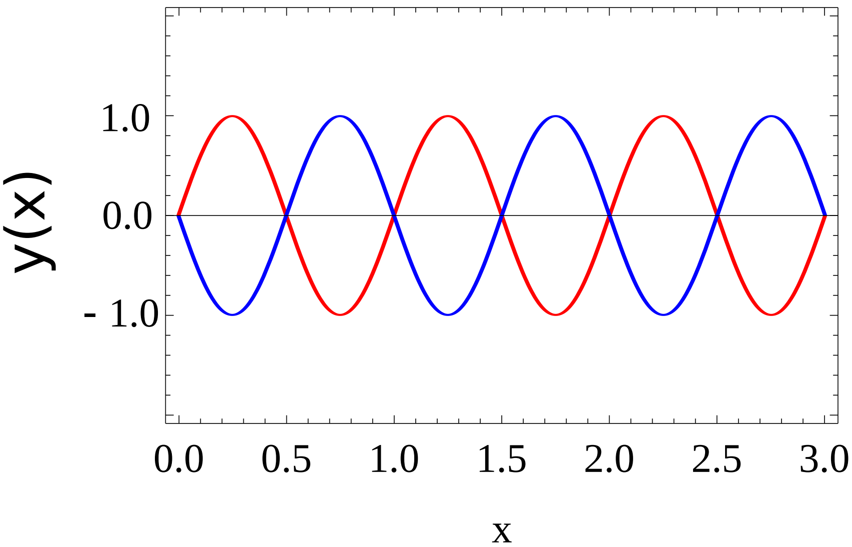
d) Wie sieht die resultierende Welle für die Verschiebung um $\frac{\lambda}{2}$ und λ aus ? Annahme: Wellenlänge λ und Amplitude sind gleich.



Beispiel 17.16 Interferenz **4DRE3R**







a) Zeichnen Sie die Summe der Wellen.

b) Beschreiben Sie die Wellen $y(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t) + a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ in Worten und schreiben Sie den Ausdruck in der Form

$$y(t) = A(\varphi) \cdot \sin(w \cdot t) + B(\varphi) \cdot \cos(w \cdot t)$$

c) Wie sieht die resultierende Welle für $\varphi = 0$ und $\varphi = \pi$ aus?

d) Zeichnen Sie die beiden Wellen und ihre Summe für $\varphi = 0$.

e) Zeichnen Sie die beiden Wellen und ihre Summe für $\varphi = \pi$. Wie gross ist der Gangunterschied Ausgedrückt in λ?

Infobox 17.4 Überlagerung von Wellen mit gleicher Frequenz

- Die Überlagerung von Wellen mit Frequenz ω ergibt immer eine Welle mit der selben Frequenz ω.
- konstruktive Interferenz ergibt sich für $\Delta x = \lambda$ ($\varphi = 0$)
- destruktive Interferenz ergibt sich für $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$($\varphi = \pi$), Anwendung z.B. bei Noice-cancelling-devices.

Beispiel 17.17 Interferenz/Beugung **CDRC8Q**

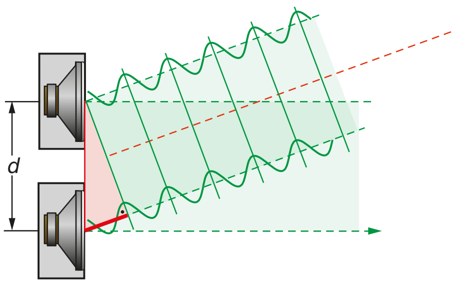
a) Um wieviel müssen zwei Wellen gegeneinander verschoben sein, damit sie konstruktiv interferieren? (benutze λ in der Argumentation)

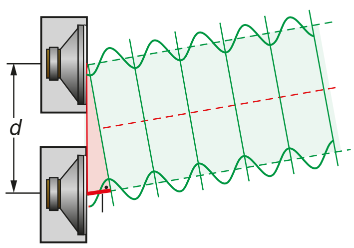
b) Gangunterschied für destruktive Inferferenz?

c) Bedingung Beugungswinkel für das erste Minimum.

d) Bedingung Beugungswinkel für das erste Maximum.

e) Was passiert, wenn wir weisses Licht (statt monochromatisches Licht) oder Geräuscht (statt Ton verwenden)?





Satz 17.2 1. Maximum Doppelspalt

Das erste Maximum des Interferenzmusters hinter einem Doppelspalt (konstruktive Interferenz) ergibt sich bei einem Beugungswinkel von

$$d \cdot \sin(\alpha) = \lambda$$

mit den Grössen

- d Abstand der Löcher in m
- α Beugungswinkel
- λ Wellenlänge in m

Hinter einem Gitter mit (unendlich) vielen Löchern im Abstand d eine ähnliche Gleichung. Die Gleichung wird in diesem Kontext mit William Lawrence Bragg in Verbindung gebracht.

Infobox 17.5 Minima und Maxima am Doppelspalt

Weitere Maxima ergeben sich für

$$d \cdot \sin(\alpha) = \lambda \cdot k$$

und Minima für

$$d \cdot \sin(\alpha) = \frac{\lambda}{2} \cdot (2k+1)$$

mit $k \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

Mit dem Ausdruck $2k-1$ erzeugt man die ungeraden Zahlen $1, 3, 5, 7, \ldots$ (bei den Minima ist $k \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, d.h. die 0 kommt nicht vor). Der Index k gibt den Minima und den Maxima ihren Namen.

- 0-tes Maximum, der Strahl, der unbegeugt durch den Doppelspalt geht. ($d \cdot \sin(\alpha) = 0$, d.h. $\alpha = 0$)
- 1-tes Maximum, $d \cdot \sin(\alpha) = \lambda$
- 2-tes Maximum, $d \cdot \sin(\alpha) = 2\lambda$
- 1-tes Minimum, $d \cdot \sin(\alpha) = \frac{\lambda}{2}$
- aber Achtung: 2-tes Minimum, $d \cdot \sin(\alpha) = \frac{\lambda}{2} \cdot 3$
- usw.: 3-tes Minimum, $d \cdot \sin(\alpha) = \frac{\lambda}{2} \cdot 5$

Beispiel 17.18 Wellenlänge/Beugungswinkel **68QBVW**

Video: Beugung von Wasserwellen im Wellentrog
`https://www.youtube.com/watch?v=gzjdKjrgbmU` Was wird hier gemessen? Was könne die technische Anwendung dahinter sein?

a) $\alpha = 9.8°$ (1. Minimum), d =50 cm, λ =?

b) $\alpha = 0.139°$ (1. Minimum), $d =$0.3 mm, $\lambda =$ (in nm)?

c) $\alpha = 15.9°$ (1. Minimum), $\lambda =$15.4 nm, $d =$ (in nm)?

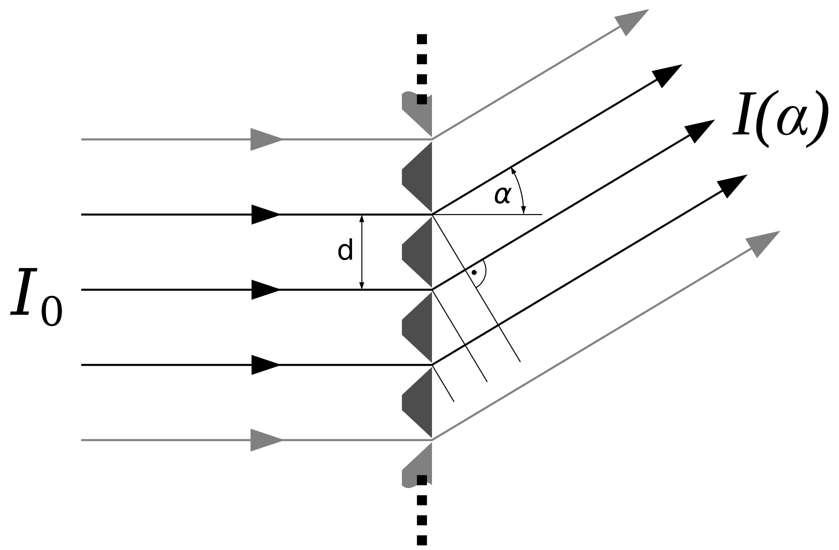
Infobox 17.6 Anwendungen Beugung

Folgende Anwendungen basieren alle auf dem selben Prinzip: Doppelspalt (Abstand der Spalte, d) wird mit einer Strahlung der Wellenlänge λ bestrahlt. Hinter dem Spalt wird eine Richtung betrachtet, die mit der Einstrahlungrichtung den Winkel α einschliesst. Wird tatt einem Doppelspalt ein Gitter (Beugungsgitter, d.h. viele Spalten im Abstand d) verwendet, verstärkt sich die Winkelabhängigkeit des Signals. Das Prinzip der Auslöschung in bestimmte Richtungen und der Verstärkung in andere bleibt gleich.

- α, d bekannt; λ unbekannt: Wellenlängenmessung (mit Gitter); Gitterspektrometer.
  Die Strahlung fällt auf ein Gitter mit bekannter Gitterkonstante d. Aus dem Beugungswinkel des ersten Maximums lässt sich die Wellenlänge bestimmen.

- λ, α, d bekannt: Monochromator (Farbfilter)
  Die Strahlung verschiedener Wellenlänge (z.B. weisses Licht) fällt auf ein Gitter mit bekannter Gitterkonstante d. Es wird nur die Strahlung weitergeführt, die einen bestimmten Beugungswinkel aufweist. Diese Strahlung hat eine gut definierte Wellenlänge.

- λ, α bekannt; d unbekannt: Röntgendiffraktion und Röntgenbeugung
  Die Strahlung mit gut definierter Wellenlänge λ fällt auf ein Gitter. Aus dem gemessenen Beugungswinkel des ersten Maximums und der Wellenlänge lässt sich die Gitterkonstante d berechnen.



Infobox 17.7 Gitter (Kristallographie)

Eine Anordnung von vielen (∞) Lautsprechern führt zum Verstärkung des 1. Maximums und zum Verschwinden von höheren Maxima.
Dafür können Beugungsmaxima durch Lautsprecher im Abstand $2d$, $3d$, $4d$, etc. entstehen. Das 2. Maximum entstehen bei

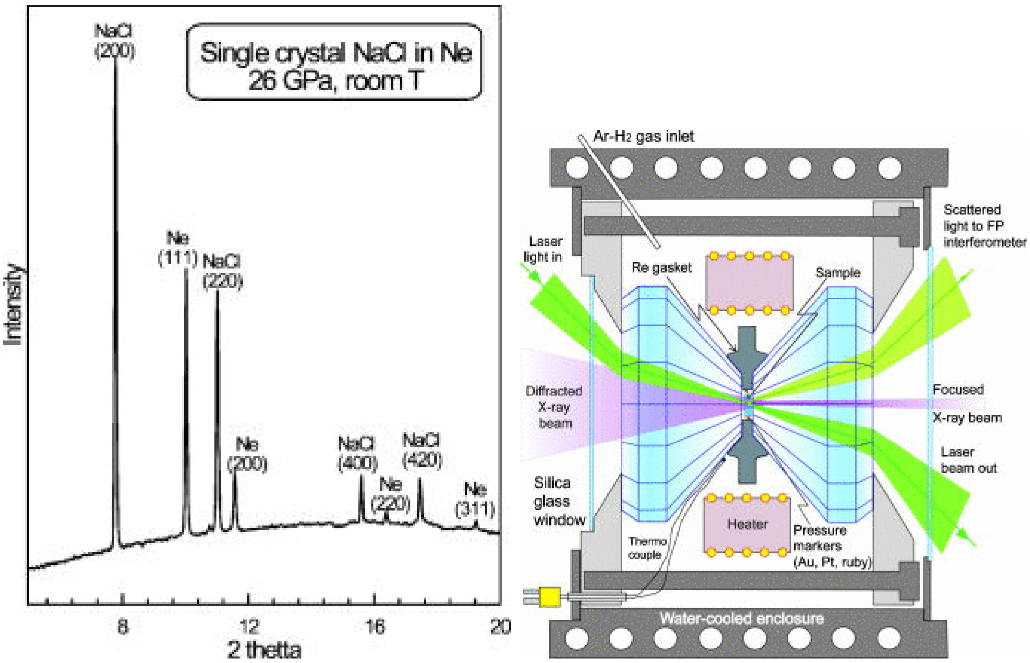
$$2d \cdot \sin(\theta) = \lambda$$

und das 3. bei

$$3d \cdot \sin(\theta) = \lambda$$

Anwendung Geowissenschaften

Beispiel 17.19 Materialeingenschaften unter Druck **GPTHGZ**



Quelle: Sinogeikin, Bass et al. Rev. Scientific Instuments 77, 2006

a) Was ist die Bedingung für den Beugungswinkel für den Reflex $(2, 0, 0)$, der durch die Beugung an *jeder 2. Ebene* (Atom) entsteht?

b) Lesen Sie den Beugungswinkel aus

c) Bestimmen Sie den Gitterparameter d von NaCl bei 26 GPa. $\lambda = 0.3344 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m} = 0.3344$ Å.

d) Vergleichen Sie mit dem Gitterparameter von NaCl bei $p = 0$ von $2.814 \cdot 10^{-10}$ m.

Beispiel 17.20 Leseauftrag Elektromagnetische Wellen **XQL46H**

Lesen Sie den Text zu elektromagnetischen Wellen (17.4). Beantworten Sie dann folgende Fragen.

a) Welche ersten Hinweise deuten darauf hin, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist?

b) Die OPERA Kollaboration hat Neutrinos gemessen, die sich 0.002% schneller als Licht bewegen. Was wäre die Geschwdingikeitsdifferenz zwischen diesen Neutrinos und Licht?

c) Welche Frequenz und welche Wellenlänge haben Mikrowellen?

d) Welche Frequenz und welche Wellenlänge hat Röntgenstrahlung? Weshalb wird sie in der Kristallographie verwendet?

e) Forschungsauftrag: Wie werden Mikrowellen verwendet um Speisen zu wärmen – d.h. wieso verwendet man Mikrowellen und nicht sichtbares Licht? Wieso erwärmt sich eine billige Tasse im Mikrowellenofen, eine teure Porzellan-Tasse hingegen nicht? Wieso kann man keine Metall-Behälter verwenden im Mikrowellenofen?

KAPITEL 18

Elektrizität

Lernziele 18.1 Elektrizität

- Die Studierenden kennen die Definition von Ladung, Spannung und Strom.
- Die Studierenden kennen die Eigenschaften eines Ohmschen Widerstandes.
- Die Studierenden können Gesamtwiderstände für Serie- und Parallelschaltungen von Widerständen berechnen.
- Die Studierenden können verzweigte elektrische Stromkreise mit Widerständen in Ersatzschaltungen zerlegen.

Satz 18.1 Gesetz von Coulomb

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\,q_2}{r^2}$$

mit

- r Abstand zwischen den Mittelpunkten der Ladungsmengen
- q_1, q_2 kugelsymmetrisch verteilte Ladungsmengen
- $\varepsilon_0 = 8.8541878128 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{N\,m^2}}$ Elektrische Feldkonstante

Beispiel 18.1 Coulombgesetz **GFHAQ3**

	q_1	q_2	r	$\lvert F\rvert$	Anziehung/Abstossung
a)	$5.25 \cdot 10^{-8}$ C	$6.45 \cdot 10^{-8}$	11.5 cm		
b)	$3.95 \cdot 10^{-8}$ C		5.10 mm	0.725 N	anziehend
c)	$2.22 \cdot 10^{-7}$ C	$-6.05 \cdot 10^{-7}$ C		0.272 N	
d)	$-5.94 \cdot 10^{-8}$		2.45 cm	81.5 mN	abstossend
e)	$7.19 \cdot 10^{-9}$ C	$9.30 \cdot 10^{-9}$ C		7.15 mN	
f)	$3.25 \cdot 10^{-7}$ C	$-2.28 \cdot 10^{-7}$ C	32.5 cm		

Beispiel 18.2 Haare stehen zu Berge **D378E3**

Betrachten Sie folgendes Video. Beantworten Sie dann die Fragen.
`https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10001/20021/30449/`

a) Wieso steht der Student auf einem isolierenden Schemel?

b) Wieso stehen die Haare des Studenten zu Berge?

c) Wieso hat der Van-de-Graaff-Generator eine grosse metallische Schüssel obendrauf?

d) Wie funktioniert der Van-de-Graaff-Generator? Wie wird darin eine Spannung erzeugt? (Video Sekunde 20)

Beispiel 18.3 Ladung und Scotchtape **NUXBYS**

Betrachten Sie folgendes Video. Beantworten Sie dann die Fragen.
`https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10001/20021/30358/` Stellen Sie sich dazu die Materie vor aufgebaut aus positiv geladenen Atomrümpfen und Elektronen, die sich in Metallen bewegen können.

a) Wieso lädt sich die Metallplatte und das Scotchtape beim Abziehen auf?

b) Was unterscheidet ein Metall von einem isolierenden Material?

c) Wie funktioniert ein Elektroskop?

d) Wir bringen einen negativen geladenen Stab in die Nähe eines entladenen Elektroskops. Was passiert dann mikroskopisch auf der Metallplatte und im Elektroskop?

e) Was passiert, wenn der negativ geladene Stab in die Nähe des positiv Geladenen Elektroskps gebracht wird?

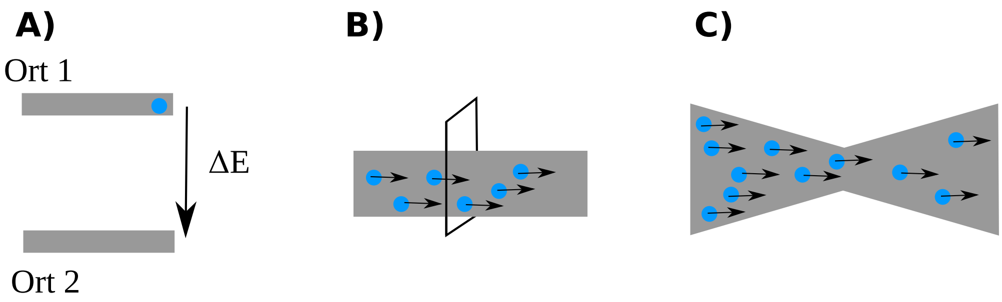


Abbildung 18.1: Spannung, Strom und Widerstand.

Beispiel 18.4 Cavendisch Drehwaage **CH16E1**

Betrachten Sie folgendes Video. Beantworten Sie dann die Fragen.
`https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10001/20021/30101/`

a) Wie ist die rechte Kugel befestigt oder aufgehängt?

b) Welche Kräfte wirken auf die rechte Kugel?

c) Was geschieht, wenn die Kugel weiter voneinander entfernt werden?

d) Formulieren Sie die Abhängigkeit des Coulombgesetzes vom Abstand der Ladung.

Wir können messen wie viel Energie ΔE eine Ladungseinheit Q abgibt, wenn sie vom Ort 1 zum Ort 2 geht (Abbildung , A). Damit definieren die Spannung.

Definition 18.1 Spannung in Volt

$$U = \frac{\Delta E}{Q}$$

- ΔE Energie in Joule [J], Q Ladung in Coulomb [C]
- Es gilt $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = V$ (Volt)

Wir können zählen, wieviele Ladungen Q pro Zeiteinheit durch eine Schleife gehen. (Abbildung , B). Damit definieren den Strom.

Definition 18.2 Strom(stärke) in Ampère

$$I = Q/t$$

- Q Ladung in C, t in s
- Es gilt $\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = A$ (Ampere)

Schliesslich stellen wir fest, dass sich Ladungen in den Materialien stauen, wenn sie sich bewegen. Dadruch entsteht eine Energiedifferenz zischen Eingang und Ausgang. (Abbildung , C). Je grösser der Stau, desto grösser die Energiedifferenz. Wir fassen die (oft unbeliebte) Eigenschaft eines Materials einen Stau zu bilden im Widerstand R zusammen:

$$R = \frac{U}{I}$$

Satz 18.2 Ohm'sches Gesetz

$$U = R \cdot I$$

- U Spannnung in V
- R Widerstand in $\Omega = \frac{\text{V}}{\text{A}}$
- I Strom in A

Beispiel 18.5 Gesetzt von Ohm 1 **D71LKS**

Das Gesetz von Ohm macht eine Aussage über den Zusammenhang zwischen den Grössen "Spannung", "Stromstärke" und "Widerstand".

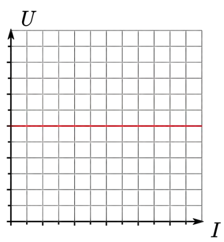
Ordne alle Symbole und Begriffe in die Tabelle ein. Volt, Ohm Ampere, 1 A, U, $1\ \Omega$, 1 V, R, I.

	Symbol	Masseinheit
Spannung		
Stromstärke		
Widerstand		

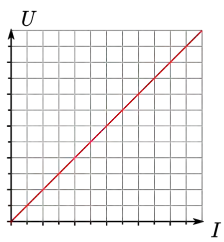
Beispiel 18.6 Das Gesetz von Ohm ist linear **QLXZPD**

a) Welches der Diagramme stellt das Gesetz von Ohm korrekt dar?

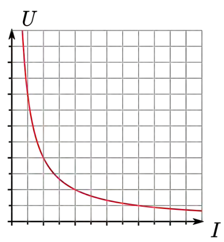
b) Formuliere einen dazugehörigen Satz mit den Elementen
' Widerstand', 'Widerstand', 'Stromstärke', 'proportional', 'fliesst', 'abfällt'



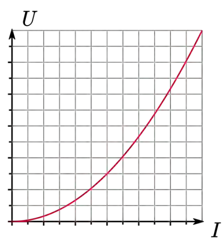
a)



b)



c)



d)

Beispiel 18.7 Gesetz von Ohm Anwendungen **2U09GN**

a) Durch einen Widerstand der Grösse 100 Ω fliesst ein Strom der Stärke 0.30 A. Wie gross ist die Spannung, die über dem Widerstand abfällt?

b) Durch einen Widerstand fliesst bei einer angelegten Spannung von 5 V ein Strom der Stärke 0.10 A. Wie ist die Grösse des Widerstands?

c) Über einem Widerstand der Grösse 50 Ω liegt die Spannung 10 V an. Wie gross ist die Stärke des Stroms, der durch den Widerstand fliesst?

Definition 18.3 Spezifischer Widerstand

Der spezifische Widerstand ist ρ_0. Er wird angegeben in $\frac{\Omega \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$ und erlaubt den Widerstand einer Leitung der Länge l mit Querschnitt A zu berechnen

$$R = \frac{\rho_0}{A} \cdot l$$

Beispiel 18.8 Telefonkabel **HB6UMJ**

Wir betrachten ein Telefonkabel der Länge l =1.5 km. Es ist *zweiadrig*, d.h. das Signal muss zuerst durch die eine Ader hin und dann durch die zweite Ader zurück;
Der Durchmesser einer Ader ist d =0.5 mm; Das Kabel wird betrieben bei 20°C, dort gilt

$$\rho_0 = 1.7 \cdot 10^{-2} \ \frac{\Omega \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$$

a) Berechnen Sie den Querschnitt für eine Ader.

b) Berechnen Sie den Widerstand des Kabels, d.h. berechnen Sie den Widerstand für folgende Konfiguration: Am einen werden die zwei Pole verbunden; am zweiten Ende wird der Widerstand gemessen zwischen den Adern.

Beispiel 18.9 Wasserkocher **TFWI6M**

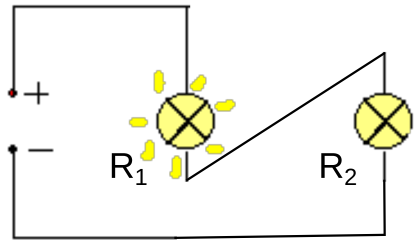
Wasser von 20°C auf 98°C erwärmen ($489 \cdot 10^3$J) in $t = 250$ s

a) $U = 230$ V, I =9 A. Leistung Wasserkocher?

b) Energie, die Wasserkocher aufnimmt ?

c) Wirkungsgrad Wasserkocher?

Beispiel 18.10 Strom/Spannung Glühlampen **3GS8VG**



Wir betrachten zwei verschieden 'starke' Lämpchen mit den Widerstand R_1 und R_2, die mit der Quellspannung U_0 betrieben werden. .
Welche der Aussagen unten treffen zu:

a) An jeder Lampe liegt eine andere Spannung, d.h. $U_1 \neq U_2$.

b) In jedem Lämpchen herrscht eine andere Stromstärke.

c) Die Energie ist nicht erhalten $U_0 \neq U_1 + U_2$

d) Es handelt sich um eine Parallelschaltung.

e) Es handelt sich um eine Serieschaltung.

f) Der Gesamtwiderstand ist $R_{\text{tot}} = R_1 + R_2$

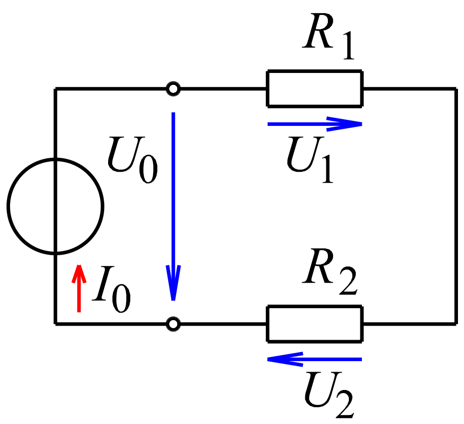
g) Der Gesamtwiderstand ist $R_{\text{tot}} = 1/R_1 + 1/R_2$

Satz 18.3 Geschlossener Stromkreis (Kirchhoffsche Regeln)

In einem geschlossenen Stromkreis gilt

- Quellspannung = Spannung über die Verbraucher (Energieerhaltung)
- An jedem Knoten ist die Summe der zufliessenden Ströme gleich der Summe der abfliessenden Ströme (Ladungserhaltung)

Beispiel 18.11 Serieschaltung **KK97DS**



R_1 =100Ω, R_2 =220Ω, Netzteil $U_0 = 12$ V, Strom?

a) Welcher Strom fliesst durch die Widerstände?

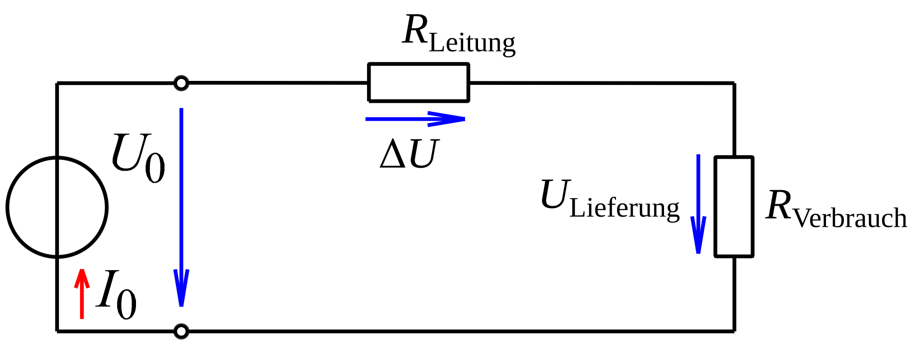
b) Welche Spannung fällt über R_1 ab, welche über R_2 (allgemein).

c) Wenden Sie die Energieerhaltung an um den Strom im Schaltkreis zu berechnen.

d) Wir wollen $U_0 = R \cdot I$ schreiben. Welcher Ausdruck muss für R eingesetzt werden, damit der richtige Strom resultiert?

Beispiel 18.12 Fernleitungen 1 **N471U4**

Die Fernleitung wird mit $U_0 = 380$ kV betrieben.



a) Es wird eine Leistung von $P_{\text{in}} = 11.1 \cdot 10^6$ W eingespiesen. Wie gross ist also der Strom I_0?

b) Der Widerstand der Leitung ist $R_L = 0.330\,\Omega$. Berechnen Sie den Spannungsabfall ΔU über der Leitung?

c) Welche Spannung wird geliefert?

d) Welche Leistung $P_{\text{Lieferung}}$ wird geliefert?

e) Wie gross ist die Verlustleistung $\Delta P = P_{\text{in}} - P_{\text{Lieferung}}$

f) Drücken Sie die Verlustleistung aus mit $R_{\text{L(eitung)}}$ und I_0.

Beispiel 18.13 Fernleitungen 2 **M582V5**

Die Fernleitung wird mit $U_0 = 110$ kV betrieben (Bahnstrom).

a) Es wird eine Leistung von $P_{\text{in}} = 11.1 \cdot 10^6$ W eingespiesen. Wie gross ist der Strom I_0?

b) Berechnen Sie die Verlustleistung.

c) Geben Sie die Verluste in Prozent der eingespiesenen Leistung an.

d) Vergleichen Sie die Verluste bei dieser Übertragung mit denen aus der vorherigen Aufgabe ($\Delta P = 281.57$).

Aus $\Delta P = (I_0)^2 \cdot R_{\text{L}}$ und $P = U_0 \cdot I_0$ erhalten wir

$$\Delta P = \left(\frac{P}{U_0}\right)^2 \cdot R_{\text{L}}$$

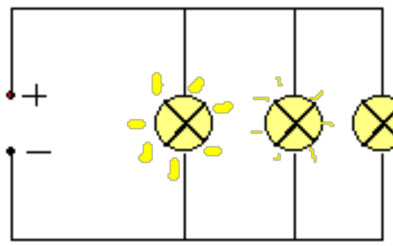
Infobox 18.1 Verteilnetz

In einem Verteilnetz reduzieren hohe Spannungen U_0 die Verluste in den Leitungen (Verlustleistung ΔP).

Infobox 18.2 Ideale Spannungsquellen, ideale Stromquellen

- Eine ideale **Spannungsquelle** stellt sicher, dass über der Quelle eine Spannung U_0 aufgebaut wird. Ist die Spannung zu klein, wird der Strom I erhöht, bis $U_0 = I \cdot R$ erreicht ist. Batterien verhalten sich oft wie ideale Spannungsquellen.
- Eine ideale **Stromquelle** stellt sicher, dass durch die Quelle ein Strom I_0 fliesst. Ist der Strom zu klein, wird die Spannung U erhöht, bis $I_0 = \frac{U}{R}$ erreicht ist.

Beispiel 18.14 Spannungsabfall Glühlampen **2HT7WH**



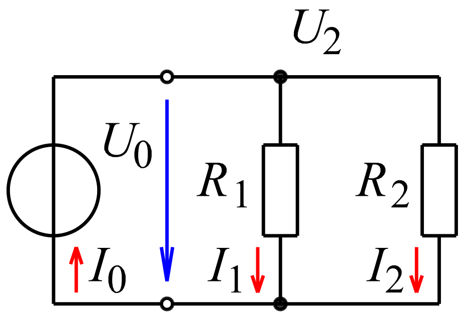
Was kann die Ursache sein, dass jedes der drei Lämpchen verschieden hell leuchtet?

a) An jeder Lampe liegt eine andere Spannung.

b) In jedem Lämpchen herrscht eine andere Stromstärke

c) Die Lämpchen sind verschieden weit von der Stromquelle entfernt.

Beispiel 18.15 Parallelschaltungschaltung **6AI3FN**



R_1 =100Ω, R_2 =220Ω, Netzteil 12 V, Strom?

a) Berechnen Sie den Strom durch die Widerstände (allgemein)?

b) Wie gross ist der Spannungsabfall über R_1 und R_2

c) Berechnen Sie den Strom an den einzelnen Widerständen?

d) Wie gross ist der Gesamtstrom?

e) Berechnen Sie nun den Gesamtwiderstand, oder anders formuliert: Welcher Widerstand R könnte R_1 und R_2 ersetzen? Tipp: Eliminiere I, I_1 und I_2 in Ladungserhaltung

f) Für nun die Kontrolle durch: Wie gross ist der Gesamtstrom der aus dem Gesamtwiderstand R und der Quellspannung resultiert?

Satz 18.4 Serien/Parallel Schaltung von Widerständen

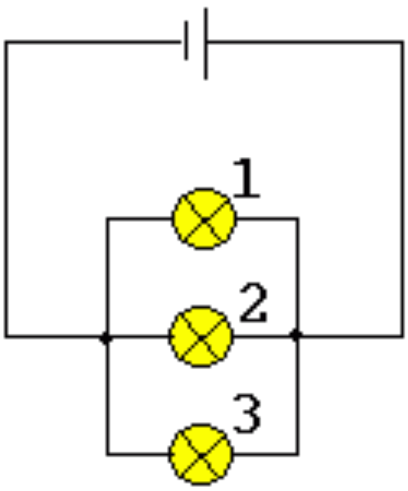
- Serienschaltung $I = I_1 = I_2 = \ldots$, $U = U_1 + U_2 + \ldots$

$$R = R_1 + R_2 + \ldots$$

- Parallelschaltung $I = I_1 + I_2 + \ldots$, $U = U_1 = U_2 = \ldots$

$$R = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + \ldots}$$

Beispiel 18.16 Parallelschaltung 3 **NMK2MK**



Was geschieht, wenn man in der folgenden Schaltung mit lauter gleichen Lampen die Lampe Nr. 3 heraus schraubt und die Spannung gleich bleibt?

a) Lampe Nr. 1 und Nr. 2 erlöschen auch.

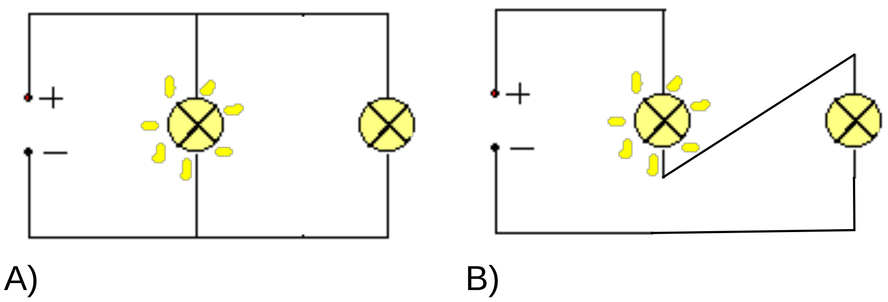
b) Lampe Nr. 2 brennt heller als Lampe Nr. 1.

c) Lampe Nr. 1 und Nr. 2 brennen genau so hell wie vorher.

d) Beide Lampen brennen gleich, aber heller als vorher.

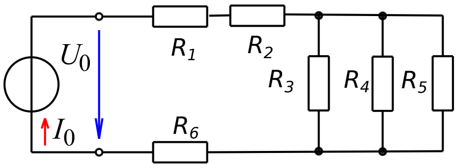
Beispiel 18.17 Leistung parallel/seriell? **RTHLLL**

Glühbirnen: $P_1 = 40$ W, $P_2 = 80$ W, $U = 230$ V,



1. Benennen sie die Schaltungen oben (seriell/parallel)
2. Widerstand der Glühbirnen?
3. Leistung der Parallelschaltung?
4. Widerstand der Serienschaltung?
5. Leistung Serienschaltung?
6. Mit dem selben Netzteil entstehen zwei verschiedene Leistungen. Erklären Sie!

Beispiel 18.18 Verzweigter Stromkreis **E6S9J8**



$R_1 = 10\,\Omega,\ R_2 = 47\,\Omega,\ R_3 = 330\,\Omega,\ R_4 = 604\,\Omega,\ R_5 = 1000\,\Omega,\ R_6 = 11\,\Omega$
Spannung 5 V, Strom?

1. Zerlegen Sie die Schaltung in beliebige Blöcke, so dass eine Serie- oder Parallelschaltung bleibt. Verfahren Sie mit den Unterblöcen genau so weiter (Beschreibung in Worten).
2. Widerstand der Parallelschaltung?
3. Gesamtwiderstand ?
4. Strom ?

18.1 Online-Materialien

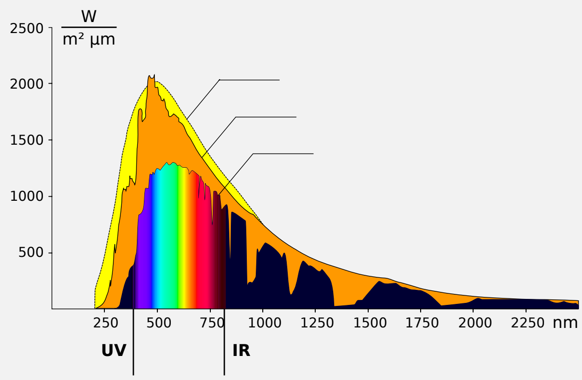
- Spezifischer Widerstand, Ohmscher Widerstand (ETHZ) https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10001/20018/30433/
- Laden Entladen eines Kondensators (ETHZ) https://experimente.phys.ethz.ch/de/100/10001/20018/30147/

KAPITEL 21

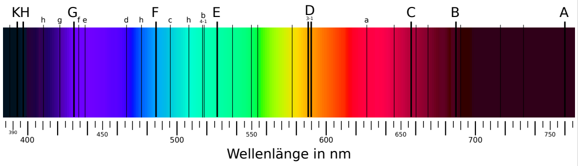
Quantenmechanik und Aufbau der Materie

Lernziele 21.1 Aufbau der Materie

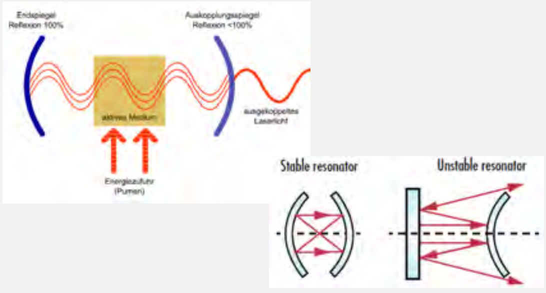
- Die Studierenden kennen das **Funktionsprinzip des Lasers** (Pumpen von Elektronen, Resonator, Stimulierte Emission) und können Laser von anderen Lichtquellen unterscheiden.
- Die Studierenden können das **Doppelspaltexperiment** erklären.
- Die Studierenden können den **Photoeffekt** erklären.
- Die Studierenden kennen verschiedene Phasen von Materie (Gas, Flüssigkeit, Festkörper, Plasma).
- Die Studierenden können chemische Elemente von Atomen und Molekülen unterscheiden.
- Die Studierenden kennen den Aufbau von Atomen (schwerer Atomkern, leichte Atomhülle, Grösse, Masseverteilung, Raumverteilung) und können angeben mit welchen Experimenten die Eigenschaften untersucht wurden.
- Die Studierenden kennen das Atommodell von Niels Bohr und seine Postulate.
- Die Studierenden können für Wasserstoff Wellenlängen des Emissionsspektrums berechnen (Balmer-, Lymann- und Paschen-Serie).
- Die Studierenden kennen das Oktett-Prinzip und die Elektronegativität. Sie können anhand dieser Konzepte die Unterscheidung in Metalle und Nichtmetalle und die Bindungstypen erklären.
- Die Studierenden wissen, dass Teilchen sowohl Wellen und Teilchencharakter aufweisen und kennen die Experimente, mit denen diese Eigenschaften nachgewiesen werden können.



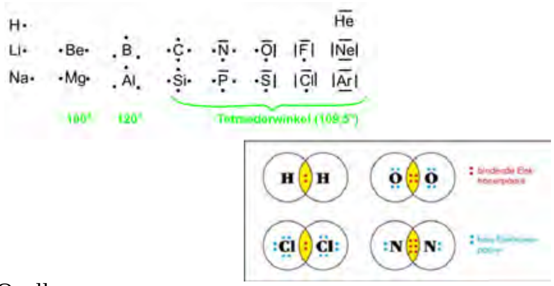
Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Sonnenstrahlung



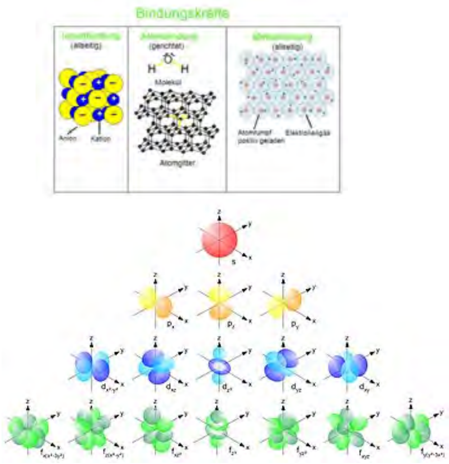
Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Fraunhoferlinie



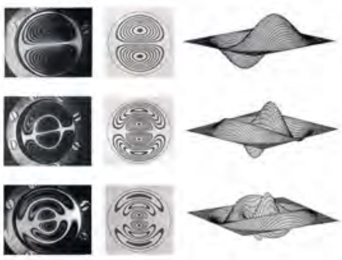
Quelle: https://www.univie.ac.at/mikroskopie/1_grundlagen/mikroskop/licht/4b_opt_resonator.htm

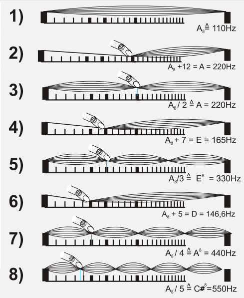


Quellen:
https://www.chemie.schule/j11/j11te/chembind.htm
https://www.w-hoelzel.de/chemie/09-klasse/1-vom-atombau-bis-zmks/2-7-lewis-formeln-fuer-molekuele

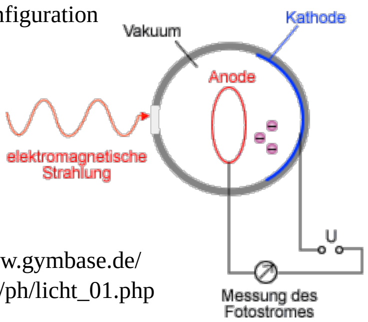


Quelle: https://www.sofatutor.com/chemie/videos/elektronenkonfiguration

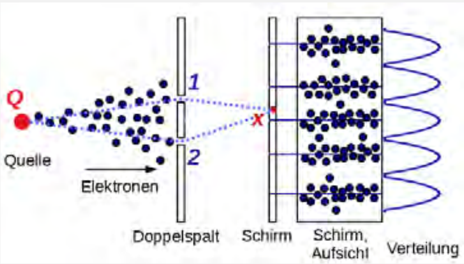




Quelle: http://epsilon-lyrae.de/Doppelsterne/61Cygni/Eigenschwingungen.html (Chladnische Klangfiguren)
Quelle: String Harmonics (Wikipedia, auch Flagolett-Töne)



Quelle: http://www.gymbase.de/index/themeng13/ph/licht_01.php



Quelle: http://scienceblogs.de/hier-wohnen-drachen/2011/10/13/qft-fur-alle-quantenmechanik-und-das-pfadintegral/

Definition 21.1 Der Impuls

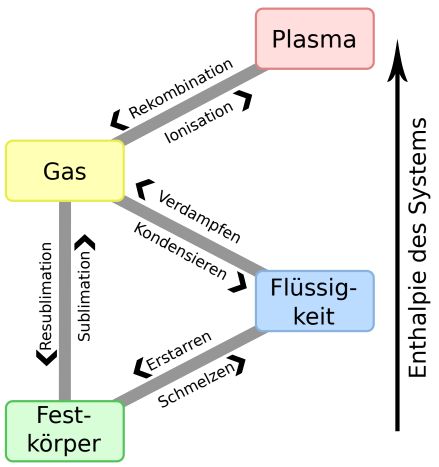
Ein Teilchen der Masse m und der Geschwindigkeit v hat den **Impuls** $p = m \cdot v$

Beispiel 21.1 Impults, kinetische Energie JADBDC

Benutzen Sie den Impuls p um die kinetische Energie eines Teilchens der Masse m und der Geschwindigkeit v anzugeben.

21.1 Atommodell

21.1.1 Begriffe



Quelle: Wikipedia

Definition 21.2 Element bis Plasma

- Ein **chemisches Element** ist ein Reinstoff, der mit chemischen Methoden nicht mehr in andere Stoffe zerlegt werden kann. Die Elemente sind die Grundstoffe der chemischen Reaktionen. Die kleinste mögliche Menge eines Elements ist das **Atom**. Alle Atome eines Elements haben dieselbe Anzahl an Protonen im Atomkern (die Ordnungszahl). Daher haben sie den gleichen Aufbau der Elektronenhülle und verhalten sich folglich auch chemisch gleich. Beispiel: Stickstoff (N)
- **Molekül**: zwei- oder mehratomige Teilchen, die durch chemische Bindungen zusammengehalten werden. Beispiel: Methan CH_4.
- Eine Substanz ist dann ein **Gas**, wenn sich deren Teilchen (Atome, oder Moleküle) in grossem Abstand voneinander frei bewegen und den verfügbaren Raum gleichmässig ausfüllen
- **Flüssigkeit**, Beispiel Wasser bei 20 °C H_2O
  - Mikroskopische Definition: Stoff, dessen Teilchen sich ständig nichtperiodisch bewegen. Die Teilchen unterliegen einer Nahordnung, d.h. sie richten sich nach den benachbarten Teilchen aus. Es entsteht aber keine Fernordnung. Die mittlere freie Weglänge liegt in der Grössenordnung des Teilchendurchmessers.
  - Makroskopische Definition: Stoff, der einer Formänderung so gut wie keinen, einer Volumenänderung hingegen einen recht grossen Widerstand entgegensetzt (der Stoff ist nahezu inkompressibel).
- **Festkörper**: Stoff, der bei einer Temperatur von 20 °C einen festen Aggregatzustand aufweist. Bausteinen sind einzelne Atome oder Moleküle. Beispiele: Metalle wie Blei, Stahl; Kristalline Proteine; Kristallzucker, Bergkristall
- **Plasma**: Teilchengemisch auf atomar-molekularer Ebene, dessen Bestandteile teilweise geladene Komponenten, Ionen und Elektronen sind. Beispiele: Kerzenflamme, Plasma in Leuchtstoffröhre, Blitz

Quelle: Wikipedia

Beispiel 21.2 Begriffe **84J2YS**

Ordne zu. Zu welcher Kategorie gehören folgende Begriffe. Wir betrachten den Zustand bei Raumtemperatur $T = 20$ °C.

a) Kohlenstoff

b) Helium

c) Amoniak

d) Graphit

e) Glas

f) Aluminium

g) Wasserstoff

h) Salicylsäure

i) Adenin (Baustein der DNA)

j) Kochsalz

k) Diamant

21.1.2 Heutige Vorstellung

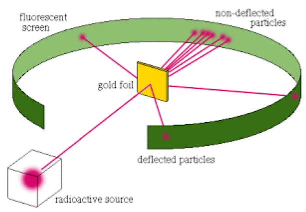
Beispiel 21.3 Neutronenstern

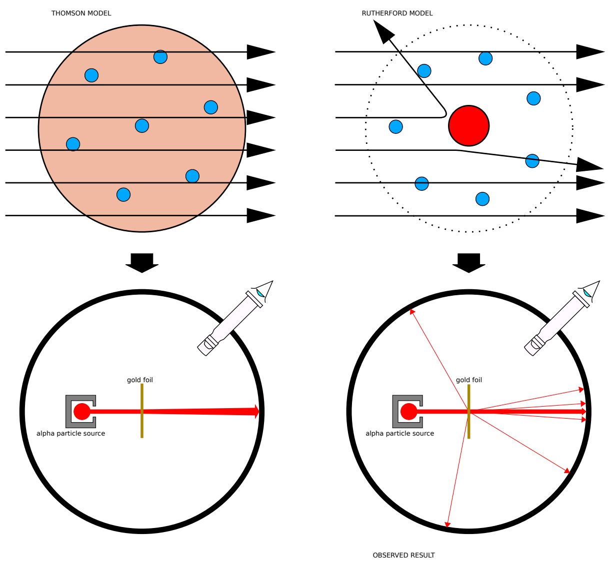
Durch Druck können Elektronen auf die Protonen gedrückt werden. Die Teilchen verschmelzen und es entstehen Neuronen (Durchmesser $r_N = 1.65 \cdot 10^{-15}$ m). Dies passiert bei der Entstehung von Neurtronensternen.
Wir approximieren den Menschen mit reinem Kohlenstoff ($r_C = 1.4 \cdot 10^{-10}$ m). Die Kohlenstoffatome würden sich auf dem Neutronenstern in 12 Neutronen verwandlen mit einem Durchmesser von ca. $r'_C = 2.3 \cdot 10^{-15}$ m.

a) Wir modellieren unseren Körper mit einer Kugel mit einem Durchmesser von 0.5 m . Welchen Durchmesser hätte diese Kugel auf dem Protonenstern?

b) Welche Masse hätten Sie dort?

c) Auf der Erde sind wir also wesentlich grösser. Womit sind wir ‘gefüllt’? Was bewahrt die Materie unseres Körpers vor dem Kollabieren?





Ernest Rutherfurd schiesst 1911 α-Teilchen[1] auf eine Metallfolie. Er beobachtet, dass die meisten unbeeinflusst durch die Folie α-Teilchen gehen. Einige wenige α-Teilchen werden stark umgelenkt. Er Interpretiert die Ergebnisse folgendermassen:

Satz 21.1 Ergebnisse der Experimente von Rutherford

- die Folie besteht im Wesentlichen aus leeren Raum.
- die positive Ladung in der Folie ist auf kleinen Raum konzentriert (Atomkern)
- der Atomkern schliesst 99.9% der Masse des Atoms ein
- die Atome haben einen Radius von ca. 10^{-10} m=1 Å.

Die Vorstellung, dass Materie aus Atomen besteht, wurde 1900 von den meisten Wissenschaftlern akzeptiert. Mit der Entdeckung des Elektrons begannen die Wissenschaftler, den Aufbau der Atome zu erforschen und damit auch die Elektronenzustände in einem Atom.

Beispiel 21.4 Atommodell von Thomson **3XDGE6**

Ein typisches Atommodell von J.J. Thomson aus dem Jahre 1897: Das Atom ist eine Kugel mit homogen verteilter positiver Ladung, in der sich kleine, negativ geladene Eletronen befinden — wie Rosinen in einem Kuchen. J.J. Thomson hat es so vorgeschlagen kurz nachdem er das Elektron entdeckt hatte.

a) Entwickeln Sie eine Analogie in der makroskopischen Welt: Die α-Teilchen wären dann Geschosse in der Grösse von 1-5 mm. Rutherford schiesst auf den abgebildeten Türvorhang? Worauf würde sie Thomson schiessen?

Wie würde Rutherfords Experiment ausgehen, wenn das Atommodell von Thomson zutreffen würde?

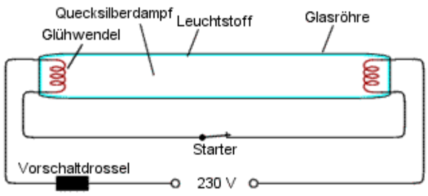
a) Wieviele α-Teilchen würden ungehindert durch die Folie gehen?

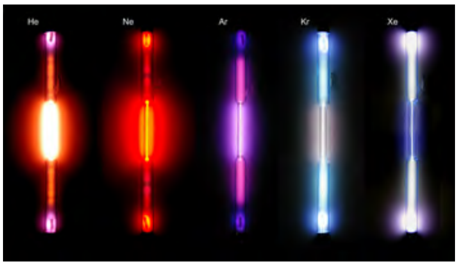
b) Wieviele α-Teilchen würden etwas abgelenkt?

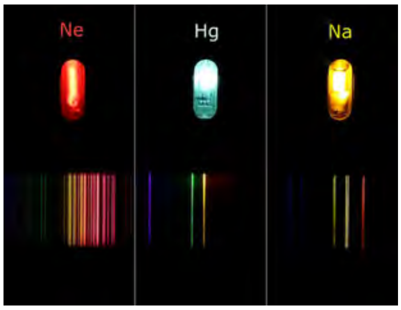
c) Wieviele α-Teilchen würden reflektiert?

[1] Ein α-Teilchen besteht aus 2 Neutronen und 2 Protonen. Es hat die Ladung +2e. Es ist der Kern des Helium Atoms.

21.2 Spektren



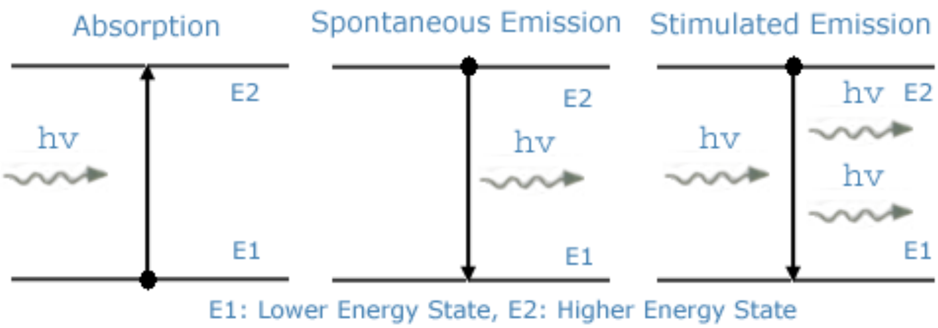




Definition 21.3 Gasentladungsröhre, Lumineszenz

Die Lichtaussendung nach äusserer Anregung wird als **Lumineszenz** bezeichnet, die technische Weiterentwicklung zu Lichtquellen als **Gasentladungsröhre**. Sie eine Anordnung von Kathode und Anode innerhalb einer gasgefüllten Glasröhre, in der es bei Anlegen einer Spannung zu einer Gasentladung mit Aussendung von Licht kommt.

In den Gasen sind die Atom im Mittel so weit voneinander entfernt, dass man annhemen kann, dass das emittierte oder absorbierte Licht von isolierten Atomen stammt.



Satz 21.2 Spektren des Wasserstoff Atoms

J.J. Balmer zeigt 1885, dass die Wellenlänge der vier Linen im sichtbaren Bereich des Wasserstoffspektrums (656.28 nm, 486.13 nm, 434.05 nm, 410.17 nm) die folgende Gleichung erfüllen:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

mit $n = 3, 4, \dots$ und der Rydberg-Konstante $R = 1.0974 \cdot 10^7\,\mathrm{m}^{-1}$.
Lymann-Serie:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

mit $n = 2, 3, 4 \dots$ Paschen-Serie:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

mit $n = 4, 5, 6 \dots$

21.2.1 Niels Bohrs Atommodell

Satz 21.3 Quantenbedingung (Annahme von Bohr)

Der Drehimpuls $L = m{\cdot}v{\cdot}r$ (m Masse, v Geschwindigkeit, r Radius der Kreisbahn) eines Elektrons auf einer Kreisbahn kann nur die diskreten Werte

$$L = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

annehmen, mit $n = 1, 2, 3 \dots$ und h dem Planckschen Wirkungsquantum

$$h = 6.62607015 \cdot 10^{-34}\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$$

Infobox 21.1 Postulate von Niels Bohr (Auswahl)

- Dem Elektron stehen nicht alle klassisch möglichen Bahnen zur Verfügung, sondern nur eine bestimmte Auswahl. Auf diesen Bahnen erzeugt es keine elektromagnetische Strahlung, sondern behält seine Energie. Dies sind die stationären Zustände des Atoms.

- Das Elektron kann von einem stationären Zustand in einen anderen springen. Dieser als Quantensprung bezeichnete Vorgang liegt ausserhalb des Gültigkeitsbereichs der klassischen Mechanik und der Elektrodynamik.

Bohr berechnet unter diesen Annahmen die Radien der Elektronen-Orbitale in Atomen. Er benutzt dafür die klassische Physik d.h. Coulomb Gesetz[2]

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(Ze) \cdot e}{r^2}$$

Newtons Axiom

$$F = m \cdot a$$

[2]Mäder schreibt das Coulomb Gesetz als $F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ mit der Coulomb-Konstante $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

und die Zentrifugalbeschleunigung

$$a = \frac{v^2}{r} \ .$$

Aus der Quantelung des Drehimpulses erhält man ausserdem $v = \frac{n \cdot h}{2\pi \cdot mr}$.

Beispiel 21.5 Bohr-Radius

Der Bohrradius beträgt

$$a_0 = \frac{h^2 \, \epsilon_0}{\pi \, e^2 \cdot m} = 0.529 \cdot 10^{-10} \, \mathrm{m}$$

dabei sind

- $m = 9.10938188 \cdot 10^{-31} \, \mathrm{kg}$ die Masse des Elektrons
- $e = 1.602176634 \cdot 10^{-19} \, \mathrm{C}$ die Elementarladung
- $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}$ die elektrische Feldkonstante im Vakuum
- $h = 6.62607015 \cdot 10^{-34} \, \mathrm{Js}$ Plancksche Konstante.

a_0 ist Radius des Elektrons im Grundzustand des Wasserstoffatomes ($Z = 1$ und $n = 1$). Leiten Sie a_0 anhand der Überlegungen von Bohr her.

Satz 21.4 Atommodell von Niels Bohr

- Bohrradius $a_0 = 0.529 \cdot 10^{-10}$ m.
- Grundzustand (Energie) des Wasserstoffatoms

  $$E_1 = -13.6057 \, \mathrm{eV}$$

  mit 1 eV= $1.60218 \cdot 10^{-19}$ J.
- Energieniveaus von Atomen mit Kernladung Z

  $$E_n = -\left(\frac{Z^2 \cdot e^4 \cdot m}{8(\epsilon_0)^2 h^2}\right) \cdot \frac{1}{n^2}$$

  $n = 1, 2, 3 \ldots$ und ausgewertet für Wasserstoff: $\frac{1^2 \cdot e^4 \cdot m_e}{8(\epsilon_0)^2 h^2} = 1 \, \mathrm{Ry} = 13.6057 \, \mathrm{eV}$
- Radien der Wasserstoffzustände

  $$r_n = n^2 \cdot a_0$$

Beispiel 21.6 Atommodell von Bohr und die Balmer Serie **E13RR8**

Für das Wasserstoff-Atom ergeben sich die Energien der Atom-Schalen zu

$$E_n = -\frac{13.6057}{n^2}\,\mathrm{eV}$$

Berechnen Sie für den Übergang $E_3 \to E_2$

a) die Energie des emittierten Photons (in eV und in J)

b) die Frequenz des Photons $E = h \cdot \nu$

c) die Wellenlänge des Photons

d) Vergleichen Sie mit der Balmer-Serie $E_3 \to E_2$

Beispiel 21.7 Schwächen und Widersprüche des Atommodells von Bohr
SHAQHQ

Die folgenden Fragen weisen auf die Schierigkeiten des Atommodells von Bohr hin:

a) Welche Form hat ein Atom gemäss Bohr, eine Kugel, ein Ellipsoid, eine Scheibe, andere?

b) Berechnen Sie die längste Wellenlänge der Paschen-Serie $n = 4$.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

c) Vergleichen Sie diese Wellenlänge mit der wichtigen 21-cm-Linie des Wasserstoffs aus der Radioastronomie. Was stellen Sie fest?

d) Ein beschleunigtes Elektron und damit auch ein rotierendes Elektron im Atom strahlt Energie ab. Wie geht Bohr mit diesem Problem um?

e) Welche Aussagen können mit Hilfe des Atommodells von Bohr für Atome mit mehreren Elektronen und für Bindungen in Molekülen und Festkörpern gemacht werden.

f) Bewegt sich das Elektron auf einer definierten oder auf einer ungeordneten Bahn? Wird dabei die Unschärferelation von Heisenberg berücksichtigt oder nicht?

21.2.2 Laser

Beispiel 21.8 Leseauftrag Licht und Laser 84J2YS

Lesen Sie den Text zur Emission von Licht (17.5). Beantworten Sie dann folgende Fragen.

a) Wie werden die Elektronen in einer Glühbirne auf hohe Energieniveaus angeregt? Wie geschieht die Anregung in einem Laser?

b) Wie entsteht Emission von Photonen in einer Glühbirne? Wie geschieht sie in einem Laser?

c) Was ist die Bedingung an die Länge eines Resonators eines Rubinlasers, d.h. wie lang kann er sein?

d) Gehen Sie die Anwendungen durch und überlegen Sie, auf welcher der Laser-Eigenschaften die Anwendung basiert: Kohärenz, Frequenz (monochromatisch), Bündelung, Kürze der Laser-Impulse

21.2.3 Oktettregel, Elektronegativität, Metalle und Nichtmetalle

Infobox 21.2 Schalenstruktur der Atome

Übersicht Quantenzahlen (QZ)

Quantenzahl	Zeichen	Wertebereich	Bezeichnung	Beispiele
Haupt-QZ	n	$1, 2, 3, \ldots$	K,L,M,...	3
Neben-QZ	l	$0, \ldots, n-1$	s,p,d	0,1,2
Drehimpuls-QZ	m_l	$-l, \ldots, +l$	$s, p_{x,y,z}, d_{yz,xz,xy,z^2,x^2-y^2}$	$-2, -1, 0, 1, 2$
Spin-QZ	m_s	$-1/2,\ 1/2$	$\uparrow, \downarrow$	$-1/2,\ 1/2$

- Jeder Schale (entspricht einem E_n im Atommodell von Bohr) kann maximal $z = 2 \cdot n^2$ Elektronen aufnehmen, d.h.
  - $n = 1,\ z = 2 \cdot 1^2 = 2$ Elektronen
  - $n = 2,\ z = 2 \cdot 2^2 = 8$ Elektronen
  - $n = 3,\ z = 2 \cdot 3^2 = 18$ Elektronen
- Wir nennen n die Hauptquantenzahl.
- Jede Schalte besitzt eine Unterstruktur, sie wird mit der Nebenquantenzahl l beschrieben. Für jede Schalte gibt es mögliche Zustände $l = 0, \ldots, n-1$.

Dies ergibt sich aus der Lösung der Schrödinger-Gleichung für das Wasserstoff Atom.

Beispiel 21.9 Elektronegativität **P1XQ8T**

a) Wie verhält sich die Energie des Grundzustandes in einem Atom, wenn die Kernladungszahl Z erhöht wird. Betrachten Sie dazu das Atommodell von Bohr.

b) Welche Voraussagen können Sie für Atome mit 3 Elektronen machen?

Die Endergebnis aus den gegenläufigen Trends von Absenkung der Energie-Niveaus bei höherer Kernladungszahl Z und Anhebung der Energie Elektronenzustandes durch die gegenseitige Abstossung der Elektronen kann kaum abgeschätzt werden.
Wir stellen empirisch fest, dass die Energie des höchsten besetzen Zustandes bei den Elementen verschieden ist und unterscheiden:

Definition 21.4 Metalle und Nicht-Metalle

- **Metalle**: Haben eine Tendenz Elektronen abzugeben (weil die höchsten besetzen Zustände energetisch hoch liegen)
- **Nicht-Metalle**: Haben eine Tendenz Elektronen aufzunehmen (weil die höchsten besetzen Zustände energetisch tief liegen, und noch energetisch tief liegende Niveaus frei sind)

Je nach Bindungspartner entstehen verschiedne Konfigurationen:

Definition 21.5 Bindungstypen

- Metall-Nicht-Metall: **Ionische Bindung (Salze)**. Elektronen gehen vom Metall zu Nicht-Metall über. Dadurch entsteht ein negativ geladenes Ion (Anion) und ein positiv gelades Ion (Kation), die sich durch elektrostatische Kräfte anziehen.
- Metall-Metall: **Metallische Bindung**. Da beide Partner Elektronen eher abgeben wollen, besteht die Bindung aus Elektronen, die über das ganze Volumen verschmiert sind.
- Nicht-Metall-Nicht-Metall: **Kovalente Bindung**. Die Partner nähern sich, so dass sich ihre äussersten Elektronen in einem gemeinsamen Orbital zwischen den Kernen aufhalten können. (gerichtete Bindungen)

Infobox 21.3 Austauschwechselwirkung

Die oben beschriebenen Bindungen werden nur empirisch unterschieden. Die physikalischen Grundlagen sind bei allen gleich. Sie ergeben sie aus der Berechnung der Energiezustände, die typischerweise folgende Beiträge hat:

$$H_{\text{tot}} = H_{\text{at}} + J + K + E_{\text{c}}$$

- H_{at} Energie des isolierten Atoms (Beinhaltet die Wechselwirkung mit dem Atomkern)
- J: Coulomb-Energie, elektrostatische Abstossung der Elektronen
- K: Austauschwechselwirkung (exchange-energy) ist eine künstlich eingeführte Grösse, die sicherstellt, das Pauli-Prinzip eingehalten wird
- E_{c}: 'correlation-energy' resultiert aus der Dynamik von vielen Elektronen. In einer homogenen Verteilung (z.B. einem Metall) bilden die Elektronen stehende Dichtewellen, wodurch die Coulomb-Abstossung etwas reduziert werden kann.

In *ab initio* Programmen in der physikalischen Chemie und in der Festkörperphysik sind diese Beiträge implementiert und es können alle drei Bindungstypen beschrieben werden, sei es in unendlich ausgedehnten Festkörpern oder in endlichen Molekülen.

In kovalenten Bindungen ist folgende Grösse wichtig:

Definition 21.6 Elektronegativität

Die Elektronegativität ist ein relatives Mass für die Fähigkeit eines Atoms, in einer chemischen Bindung Elektronenpaare an sich zu ziehen.

Die Elektronegativität wird von der Kernladungszahl Z und dem Atomradius bestimmt. Sie führt dazu, dass Moleküle **polar** sind. Je höher der Unterschied in der Elektronegativität der gebundenen Elemente, desto polarer ist die Bindung. Bei grossem Unterschieden der Elektronegativität kann spricht man sogar von 'Ionenbindungscharakter'.

Woher wissen wir, dass die Materie aus positiv geladenen Atomkernen und negativ geladenen Elektronen besteht?

21.2.4 Molekülschwingungen, Phononen und Infrarotspektren

Durch Infrarot-Licht werden Molekülschwingungen angeregt. Die Schwingungsfrequenz ist dabei abhängig von den schwingenden Massen und der Bindungsstärke. Über die Lage der Absorptionsbanden erhält man so eine Information über den Aufbau des Moleküls oder des Festkörpers.

Der klassiche Ausdruck für die Frequenz

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

mit k der Federkonstante in N/m und m der Masse des schwingenden Objekts ist dabei hilfreich.

21.3 Quantenmechanik

Wir haben gesehen, dass Niels Bohr die Quantisierung des Drehimpulses einfach annehmen muss. Dies ist nicht so elegant, weil man in der Physik möglichst wenig annehmen möchte. Es gibt zwar Platz für einige Prinzipien, aber diese sollen möglichst wenige sein. Alle Phänomene sollen aus diesen Phänomenen ableitbar sein. Ein Beispiel für so ein Prinzip ist das 2. Gesetz von Newton: Die Voraussagen daraus, stimmt überein mit vielen Experimenten, das Gesetz $F = \frac{d^2}{d^2t}[x \cdot m]$ lässt sich aber aus nichts herleiten.

Herleitung des Quantisierung

Definition 21.7 Wellen- und Teilchencharakter

- Wellencharakter: Eine Welle ist ausgedehnt (im Prinzip unendlich ausgedehnt). Es zeigt Inferferenz, konstruktive und destruktive.
- Teilchencharakter: Ein Objekt hat eine begrenzte Grösse. Es macht keine Interferenz.
- Quantisierung: Eine Grösse (z.B. Energie) tritt diskret auf.

Wie oben erklärt, stört es die Physiker, dass Bohr die Quantisierung des Drehimpulses *annehmen* musste. Wie könnte man eine Quantisierung also herleiten? Folgendes ist die Grundidee: Stehende Wellen haben eine Quantisierung. Zum Beispiel sind auf eingespannten Seilen (Gitarrensaite) oder in Höhlkörpern nur bestimmte stehende Wellen möglich. Sie haben eine charakteristische Wellenlänge. Wenn es also möglich ist zu zeigen, dass Elementarteilchen wie Elektronen (aber auch Protonen, Neutronen, etc) einen Wellencharakter haben, dann liegt es auf der Hand, dass ihre Frequenz und damit auch ihre Energie quantisiert ist.

Im Folgenden zeigen wir den Teilchencharakter von Wellen (Photoeffekt) und danach den Wellencharakter von Teilchen (Doppelspaltexperiment).

Das Resultat der Diskussion wird folgende Gleichung sein:

Satz 21.5 Schrödingergleichung

$$i \cdot \hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial^2 x} + V(x,t) \cdot \psi(x,t)$$

Mehr zur Schrödingergleichung hier.

Die Ähnlichkeit zu einer Wellengleichung der klassischen Mechanik ist offensichlich. Für ein freies Teilchen, d.h. mit $V(x,t) = 0$) haben wir

$$\begin{array}{lrcl} \text{Schrödinger-Gleichung:} & -\frac{i \cdot \hbar \cdot m}{\hbar^2} \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} & = & \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial^2 x} \\ \text{Wellen-Gleichung:} & \frac{1}{c^2} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} & = & \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial^2 x} \end{array}$$

Es gibt einige berühmte analytisch lösbare Probleme:

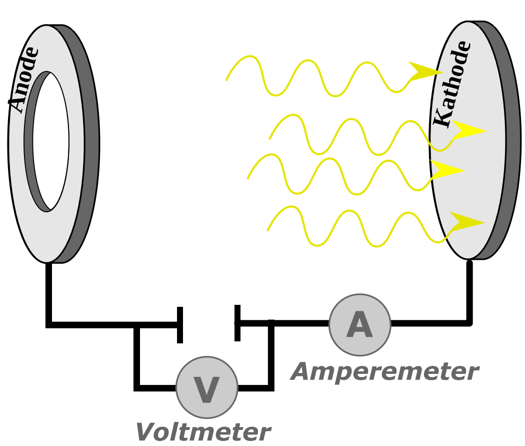
- Das freie Teilchen $V = 0$
- Das Teilchen im Potentialtopf ($V = 0$ und feste Randbedingungen)
- Quantenmechanischer Oszillator

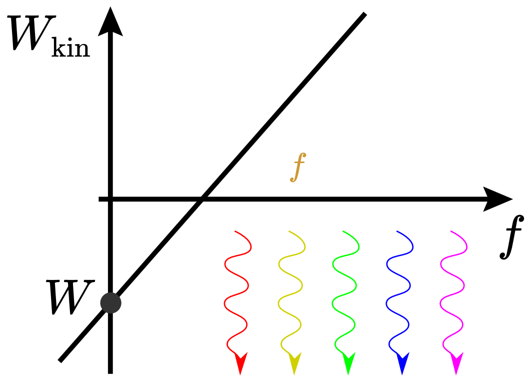
Erwin Schrödinger hat die Gleichung für das Wasserstoff-Atom in drei Dimensionen gelöst. Er erklärt damit auch die Unterstruktur der Schalen in den schwereren Atomen. Das ergibt die Struktur wie in Infobox 21.2 angegeben.

21.3.1 Photoeffekt

Beispiel 21.10 Photoeffekt **7NKWLE**

Betrachten Sie das folgende Video und Lesen Sie den Text zum Photoeffekt (Mäder 17.6., S. 271). Video Experiment: `https://www.youtube.com/watch?v=ZnRX0SmTTt0` Im Experiment wird gezeigt, dass die Glasplatte das hochfrequente Licht UV-Licht herausgefiltert, d.h. das verbleibende Licht enthält nur noch tiefe Frequenzen (z.B. rotes Licht), d.h. Licht mit wenig Energie.





a) Wieso bedeutet $E = h \cdot f$, dass die Energie nicht in beliebig kleinen Portionen auftrifft?

b) Was ist eine Ringanode, was ist eine Kathode aus Alkalimetall?

c) Wieso steigt der Strom nicht weiter an, wenn man die Spannung erhöht?

d) Erläutern Sie die Einstein-Gleichung

$$\underbrace{e \cdot U_0}_{=\frac{1}{2}mv^2} = h \cdot \nu - W_A$$

e) Woher bekommen die Elektronen ihre kinetische Energie?

f) Welche anderen Faktoren können die Energie der Elektronen beeinflussen (wenn schon nicht die Intensität)

g) Wieso benötigt es überhaupt Energie, ein Elektron aus der Metalloberfläche zu lösen?

h) Wie kann mit Hilfe der Einstein-Gleichung das Plancksche Wirkungsquantum h bestimmt werden?

i) Erläutern Sie zu den Punkten oben: Was steht im Widerspruch zur klassischen Physik?

Infobox 21.4 Photoeffekt

Der Photoeffekt zeigt, dass eine Überlagerung von elektromagnetischen Wellen zwar die Intensität erhöht, nicht aber die Energie der Welle. Elektromagnetische Wellen bestehen also aus Teilchen (γ-Quanten), die eine unveränderbare Energie übertragen.

$$E = h \cdot f$$

21.3.2 Doppelspalt-Experiment

Definition 21.8 De-Broglie-Wellenlänge

Ein Materieteilchen mit dem Impuls $p = m \cdot v$ hat die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Nach Louis de Broglie. Siehe auch Materiewelle.

Beispiel 21.11 Doppelspalt-Experiment **R7B3FX**

Lesen Sie den Text zum Doppelspalt-Experiment (Mäder 17.6., "Dualismus Welle-Teilchen") und beantworten Sie dann folgende Fragen

a) Warum ist das Elektron mehr als eine Billardkugel?

b) Wie verhält sich ein einzelnes Elektronen an einem Doppelspalt?

c) Wie gross ist die de Broglie-Wellenlänge eines Elektrons, das mit $U_B = 2.50$ kV beschleunigt wird? Benutze u.a. $E = \frac{p^2}{2m}$

d) Was ist der Welle-Teilchen-Dualismus?

e) Wie könnte das Experiment technisch verwertet werden?

Infobox 21.5 Doppelspalt-Experiment

Der Doppelspalt-Experiment zeigt, dass sich auch Teilchen (Elektronen) überlagern können und Interferenzen ausbilden können. Es wird sogar gezeigt, dass sie dies einzeln tun können: Auch wenn Elektron einzeln durch den Spalt gehen, entsteht das selbe Interfernz-Muster, wie wenn man mehrere Elektronen gleichzeitig durch den Doppelspalt durchgehen lässt.

Das Doppelspalt Experiment kann auch so gedeutet werden: Wir betrachten nur die Richtung x senkrecht zur Flugrichtung der Elektronen. Wir interpretieren den

Abstand der Spalte d als die Genauigkeit $d = \Delta x$ mit der die Position der Elektronen beim Experiment gemessen wird.
Wir beobachten, dass das Beugungsmuster breiter wird, wenn d verkleinert wird. Für den Beugungswinkel α des ersten Maximums gilt $\alpha \propto \frac{1}{d}$. Dies bedeutet, dass die Elektronen eine grössere Geschwindigkeit in x-Richtung erhalten, wenn der Spalt schmal ist. Nur so können sie stark abgelenkt werden und ein breites Beugungsmuster erzeugen. Diese Geschwindigkeit in x-Richtung interpretieren wir als Genauigkeit Δp, mit der der Impuls der Elektronen (in x-Richtung) gemessen wird

$$\alpha \approx C_1 \frac{1}{d} \;\Rightarrow\; \Delta p = C_2 \frac{1}{\Delta x}$$

oder etwas umgestellt mit der korrekten Konstante $C_2 = \frac{h}{2 \cdot 2\pi}$

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2 \cdot 2\pi}$$

d.h. die Genauigkeit bei der Ortsmessung mal die Genauigkeit bei der Impulsmessung sind grösser als eine Konstante. Dies bedeutet, dass Ort und Geschwindigkeit eines Objekts nicht gleichzeitig exakt gemessen werden können. Wäre entweder Δx oder Δp gleich 0, dann hätten wir ja $\Delta x \cdot \Delta p = 0 < \frac{h}{2 \cdot 2\pi}$.
Werner Heisenberg [Heisenberg, 1979] hat ein allgemein verständliches Buch publiziert über die philosophischen Konsequenzen aus dem Doppelspalt-Experiment, doch dauer die Diskussion über die Interpretation der Quantenmechanik an. Siehe dazu

- Wigner Friend's
- Hardy's paradox
- ETH Interpretation von Daniela Frauchiger, Renato Renner und anderen.

Literaturverzeichnis

Schulen eduhi. `http://schulen.eduhi.at`. Accessed: 2019-03-25.

Werner Heisenberg. *Quantentheorie und Philosophie*. Reclam, Stuttgart, 1979.

Ruben Mäder and David Kamber. *Physik für die Berufsmaturität*. Hep verlag ag, Bern, 2020.