



## Serie 2, Musterlösung

Datum: HS 22

### 1. Definition Logarithmus

Berechnen Sie ohne Taschenrechner.

(a)  $\log_{10}(1000)$

(b)  $\log_{10}(0.01)$

(c)  $\log_2(32)$

(d)  $\log_5(25)$

(e)  $\log_{32}(2)$

(f)  $\log_a(a)$

(g)  $\log_a(1)$

(h)  $10^{\log_{10}(5)}$

(i)  $3^{-2\log_3(5)}$

(j)  $\log_3\left(\frac{1}{27}\right)$

(k)  $\log_{1/3}(81)$

(l)  $\log_{10}\left(\sqrt[6]{1000}\right)$

#### Lösung:

(a) 3

(b) -2

(c) 5

(d) 2

(e)  $\log_{32}(\sqrt[5]{32}) = \log_{32}(32^{1/5}) = 1/5$

(f) 1

(g) 0

(h) 5

(i)  $(3^{\log_3(5)})^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$

(j) -3

(k) -4

(l) 1/2

### 2. Gesetze für die Logarithmen

Zerlegen Sie in Summen oder Produkte.

(a)  $\lg\left(\frac{ab-ac}{ab+bc}\right)$

(b)  $\lg\left(\sqrt[n]{(a^2)^m}\right)$

(c)  $\ln((a+b^2)^5 \cdot (a^2-b)^3)$

(d)  $\ln\left(\sqrt{\frac{a^3}{b^3}}\right)$

#### Lösung:

(a)  $\lg(a) - \lg(b) + \lg(b-c) - \lg(b+c)$

(b)  $\lg(a) \cdot \frac{2m}{n}$

(c)  $5 \ln(a+b^2) + 3 \ln(a^2-b)$

(d)  $\frac{3}{2} \cdot \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{3}{2} \cdot \ln(a) - \frac{3}{2} \cdot \ln(b)$

### 3. Zusammenfassen

Fassen sie zu einem Logarithmusausdruck zusammen

(a)  $\frac{1}{n} \cdot (\lg x + 5 \lg y - 3 \lg z)$

(b)  $m \cdot \lg a - \frac{\lg b}{2n}$

**Lösung:**

(a)  $\lg \left( \sqrt[n]{\frac{x \cdot y^5}{z^3}} \right)$

(b)  $\lg \left( \frac{a^m}{\sqrt[n]{b}} \right)$

**4. Exponentialgleichung**Lösen Sie nach  $x$  oder  $t$  auf. Benutzen Sie dazu ausschliesslich  $\ln(x)$ .

(a)  $2^x = 9$

(c)  $5^{2t} - 125 \cdot 5^t = 0$

(b)  $2 \cdot 5^x = 7^x$

(d)  $e^{x^2-2x} = 2$

**Lösung:**

(a)  $x = \frac{\ln(9)}{\ln(2)} \approx 3.16$

(c)  $t = \frac{\ln(125)}{\ln(5)} \approx 3$

(b)  $x = \frac{\ln(2)}{\ln(7)-\ln(5)} \approx 2.06$

(d)  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + \ln(2)} \approx 0.30; 2.30$

**5. Logarithmengleichung**Lösen Sie nach  $x$  auf.

(a)  $\log_3(x) = 2$

(c)  $\ln(\sqrt{x}) + \frac{3}{2} \ln(x) = \ln(2x)$

(b)  $\log_{10}(x^3) + \log_{10}(x^2) = 4$

**Lösung:**

(a)  $x = 3^2 = 9$

(c)  $x = 2$

(b)  $x = \sqrt[5]{10^4} \approx 6.3$

**6. Graph der Logarithmus-Funktion**Hier sind Funktionen  $f(x) = \log_a(x)$  gezeichnet. Bestimmen Sie die Basis für jede Funktion.**Lösung:**Die Funktionen  $f(x) = \log_a(x)$  geht durch den Punkt  $(a, 1)$ . Also

•  $f(x) = \log_2(x)$

•  $h(x) = \log_5(x)$

•  $g(x) = \log_4(x)$

•  $h(x) = \log_9(x)$