



## Serie 6, Differentialgleichungen und Integrale

Datum: HS 23

---

### 1. Differentialgleichung

JDEI4Z

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Die Funktion soll in  $A = (1, 1)$  einen Wendepunkt haben und im Ursprung die Steigung  $m = -1$ . Bestimmen Sie  $a, b, c$  und  $d$ .

### 2. Harmonischer Oszillator

HJH4QD

$$m \cdot f''(t) = -k \cdot f(t)$$

- Wir betrachten  $f(t) = 3 \cdot \sin(2 \cdot t + 7)$ . Berechnen Sie  $f'(t)$  und  $f''(t)$
- Falls  $f(t)$  die Position des Teilchens beschreibt. Wie berechnen Sie die Geschwindigkeit und die Position des Teilchens?
- Setzen Sie  $f(t)$  und  $f''(t)$  in den Ausdruck oben ein mit  $k = 20$  und  $m = 5$ . Was beobachten Sie?
- Wir betrachten  $f(t) = A \cdot \sin(w \cdot t + \varphi)$ . Berechnen Sie  $f'(t)$  und  $f''(t)$
- Setzen Sie  $f(t)$  und  $f''(t)$  in den Ausdruck oben ein. Welche Bedingungen müssen  $A, w$  und  $\varphi$  erfüllen, damit die Differentialgleichung erfüllt ist?

### 3. Stammfunktion

DPKKJH

Bestimmen Sie die Stammfunktion  $F(x)$  zu  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ , die

$$F(9) = 7$$

erfüllt.

**4. Unbestimmte Integrale****54A5ZF**

Berechnen Sie folgende Integrale

(a)  $\int e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2}\right) dx$

(b)  $\int \frac{(x^2+1)^2}{x^3} dx$

**5. Bestimmte Integrale****QP75EV**

Berechnen Sie folgende Integrale. Nutzen Sie dazu auch allfällige Symmetrien der Funktionen aus.

(a)  $\int_2^3 \left(\frac{3}{x^4} - \frac{4}{x^3}\right) dx$

(g)  $\int_{-2}^2 (x^4 - x^5) dx$

(b)  $\int_0^2 (x^2 - x^4) dx$

(h)  $\int_0^2 \cos(x) dx$

(c)  $\int_{-2}^2 (x^2 - x^4) dx$

(i)  $\int_{-2}^2 \cos(x) dx$

(d)  $\int_0^2 (x - x^3) dx$

(j)  $\int_0^2 \sin(2x) dx$

(e)  $\int_{-2}^2 (x - x^3) dx$

(k)  $\int_{-2}^2 \sin(2x) dx$

(f)  $\int_0^2 (x^4 - x^5) dx$