



Serie 31, Musterlösung

Datum: HS 24

1. Rollendes Fahrrad

FUBY6P

Fahrbahn 5.8° geneigt; Länge der Fahrbahn $l = 300$ m; Velo+Fahrer $m = 80$ kg; Fahrtwiderstand 25 N (setzt sich zusammen aus Luftwiderstand und Rollreibung)

- Welche Formen der Energie existieren im System?
- Das Velo fährt mit $v = 0$ los. Stellen Sie die Energiebilanz auf und geben Sie an, welche Energien verschwinden (Zeitpunkt t_1 : Velo steht still, oben an Fahrbahn; Zeitpunkt t_2 : Velo rollt mit höchster Geschwindigkeit).
- Was ist die maximale Geschwindigkeit beim Herunterfahren $v_2 = ?$
- Zeitpunkt t_3 : Velo ist ganz ausgerollt: Stellen Sie die Energiebilanz auf für t_2 und t_3 .
- Wie weit rollt das Velo aus?
- Wir nehmen an, dass sich nur die beiden Reifen erwärmen durch die Reibung. Um wie viel erwärmen Sie sich? (1 Reifen: $m = 0.5$ kg, $c = 1.5$ kJ/(kg · K)).

Lösung:

- $E_{\text{pot}}, E_{\text{kin}}, E_{\text{reib}}$
- Energiebilanz

$$\begin{aligned} E_{1,\text{pot}} + \underbrace{E_{1,\text{kin}} + E_{1,\text{reib}}}_{=0} &= \underbrace{E_{2,\text{pot}}}_{=0} + E_{2,\text{kin}} + E_{2,\text{reib}} \\ E_{\text{pot}} &= E_{\text{kin}} + E_{\text{reib}} \\ m \cdot g \cdot h &= \frac{1}{2} m \cdot v^2 + l \cdot F_r \end{aligned}$$

- v_{max} :

$$v = \sqrt{2gh - 2l \frac{F_r}{m}} = 20.18 \text{ m/s}$$

- Energiebilanz

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= E_{\text{reib}} \\ \frac{1}{2} m \cdot v^2 &= s \cdot F_r \end{aligned}$$

(e) Ausrollstrecke

$$s_3 = \frac{m \cdot v^2}{2 F_r} = 651.708 \text{ m}$$

(f)

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= 2 c \cdot m_p \cdot \Delta T \\ \Rightarrow \Delta T &= \frac{E_{\text{pot}}}{2 c \cdot m_p} = \frac{23\,792.7}{1500} \text{ K} = 15.86 \text{ K} \end{aligned}$$

2. Spannarbeit**7SXG8S**

Eine Feder wird mit 10 N um 15 cm gedehnt.

- (a) Wie gross ist die Arbeit um die Feder aus dem Ruhestand auf 5 cm zu dehnen?
- (b) Wie gross ist die Arbeit um die Feder von 5 cm auf 10 cm auszuziehen?
- (c) Wie gross ist die Arbeit um die Feder aus dem Ruhestand auf 15 cm zu dehnen?

Lösung:

Aus den Angaben berechnen wir die Federkonstante

$$D = \frac{F}{s} = \frac{10 \text{ N}}{0.15 \text{ m}} = 66.6\dot{6} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Mit der Elastischen Energie

$$W(s) = \frac{D}{2} s^2 ,$$

können wir die die Spannarbeit schreiben als

$$W = W(s_2) - W(s_1)$$

wobei s_2 die Ausdehnung am Ende des Vorgangs ist und s_1 die Ausdehnung am Anfang.

- (a) $W = W(0.05 \text{ m}) - W(0) = 0.0833 \text{ J}$
- (b) $W = W(0.10 \text{ m}) - W(0.05 \text{ m}) = 0.25 \text{ J}$
- (c) $W = W(0.15 \text{ m}) - W(0) = 0.75 \text{ J}$

3. Bungee-Jumping**Q5RG11**

Beim Bungee-Jumping spring eine Person in ein Gummiseil¹. Das Seil hat im ungedehnten Zustand eine Länge von 6.0 m und die Federkonstante 40 N/m.

- (a) Eine Person springt in das Gummiseil, worauf es sich auf eine Länge von 20.0 ausdehnt. Welche Masse hat die Person?
- (b) Wie stark dehnt sich das Seil, wenn eine Person von 70 kg ins Seil springt?

Lösung:

¹Im verwendeten Bereich gehorcht das Seil dem Gesetz von Hook.

- (a) Masse:
Ausdehnung des Seils:

$$\Delta s = 20.0 \text{ m} - 6.0 \text{ m} = 14.0 \text{ m}$$

Federkraft bei voller Ausdehnung:

$$F = D \cdot \Delta s = 40 \text{ N/m} \cdot 14.0 \text{ m} = 560 \text{ N}$$

Da das Seil im Gleichgewichtszustand ist, entspricht die Federkraft der Gewichtskraft der Person:

$$F = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F}{g} = \frac{560 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} \approx 57 \text{ kg.}$$

Die Person hat eine Masse von etwa 57 kg.

- (b) $m = 70 \text{ kg}$

$$F = m \cdot g = 70 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 = 686.7 \text{ N}$$

Nach dem Hooke'schen Gesetz : $F = D \cdot \Delta s$

$$\Delta s = \frac{F}{D} = \frac{686.7 \text{ N}}{400 \text{ N/m}} \approx 17.2 \text{ m.}$$

Die Dehnung des Seils beträgt etwa 17.2 m.

4. Chemische Energie

VXYJ8D

Ein Auto verwendet Benzin mit einem Heizwert $H_u = 43 \text{ MJ/kg}$. Der Tank des Autos fasst 50 Liter Benzin, und die Dichte von Benzin beträgt $\rho = 0.74 \text{ kg/l}$. Berechne die chemische Energie, die im vollständig gefüllten Tank gespeichert ist. **Lösung:**

- (a) Masse für $V = 50 \text{ l}$:

$$m = V \cdot \rho = 37 \text{ kg}$$

- (b) Energie

$$E_{\text{chem}} = m \cdot H_u = 1.591 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Die chemische Energie im vollständig gefüllten Tank beträgt $1.591 \cdot 10^9 \text{ J}$ oder 1.591 GJ .

5. Fritteuse, innere Energie

611063

3 Liter Fittieröl wird von 12°C auf 170°C erwärmt.

$$\rho_{\text{Fritt.}} = 930 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{und} \quad c = 2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \text{ MJ} \quad \text{und} \quad 1 \text{ kWh} = 0.2 \text{ CHF}$$

Berechne nacheinander

- (a) Masse des Fittieröls
(b) Energie für das Aufheizen

(c) Stromrechnung für das Aufheizen

Lösung:

(a) Masse

$$m = 3 \cdot \frac{930}{1000} \text{kg} = 2.79 \text{kg}$$

(b) Energie

$$Q = m \cdot \underbrace{\Delta T}_{170-12} \cdot 2000 \text{J} = 881\,640 \text{J} = 0.25 \text{kWh}$$

(c) Stromrechnung

$$P = 0.25 \text{kWh} \cdot 0.20 \frac{\text{CHF}}{\text{kWh}} = 0.05 \text{CHF}$$

6. Was ist Endtemperatur? (Wasser/Kupfer)

066982

Ein Kupferblock wird ins heisse Wasser getaucht. Welche Endtemperatur ϑ_m hat das System nach der Equilibrierung?

$m_{\text{Wasser}} = 1 \text{kg}$, $\vartheta_W = 98^\circ\text{C}$; $m_{\text{Kupfer}} = 1.25 \text{kg}$, $\vartheta_K = 20^\circ\text{C}$

Gehen Sie wie folgt vor

(a) Wenden Sie die Energieerhaltung an

(b) Lösen Sie nach ϑ_m auf

$$c_{\text{Wasser}} = 4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, \quad c_{\text{Kupfer}} = 383 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Lösung:

Energieerhaltung:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= 0 \\ m_W \cdot c_W \cdot (\vartheta_m - \vartheta_W) + m_K \cdot c_K \cdot (\vartheta_m - \vartheta_K) &= 0 \end{aligned}$$

Auflösen nach ϑ_m : (ausmultiplizieren, ϑ_m nach links; Terme, die ϑ_m nicht enthalten nach rechts; ϑ_m ausklammern; teilen durch Klammer)

$$\vartheta_m = \frac{m_W \cdot \vartheta_W \cdot c_W + m_K \cdot \vartheta_K \cdot c_K}{m_W \cdot c_W + m_K \cdot c_K} = 90^\circ\text{C}$$

7. Leistung

WZCP3B

Ein Auto fährt mit $v = 75 \text{ km/h}$ eine Strecke mit 8% Neigung hoch. Das Auto hat eine Masse von $m = 1200 \text{ kg}$. In einer Minute:

(a) Wie gross ist die Hubarbeit.

(b) Die Reibung beträgt 450 N. Wie gross ist die Arbeit?

(c) Wie gross ist die Leistung des Motors?

Lösung:

(a) Hubarbeit:

$$\text{Geschwindigkeit : } v = 75 \text{ km/h} = \frac{75 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20.83 \text{ m/s}$$

$$\text{In einer Minute zurückgelegte Strecke : } s = v \cdot t = 20.83 \text{ m/s} \cdot 60 \text{ s} = 1250 \text{ m}$$

$$\text{Höhendifferenz : } \Delta h = 0.08 \cdot s = 0.08 \cdot 1250 \text{ m} = 100 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Hubarbeit : } W_{\text{Hub}} &= m \cdot g \cdot \Delta h = 1200 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m} \\ W_{\text{Hub}} &= 1.177 \cdot 10^6 \text{ J.} \end{aligned}$$

(b) Arbeit durch Reibung:

$$W_{\text{Reib}} = F_{\text{Reib}} \cdot s = 0.563 \text{ MJ.}$$

(c) Leistung Motor:

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{Hub}} + W_{\text{Reibung}} = 1.7395 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Motorleistung

$$P = \frac{W_{\text{gesamt}}}{t} = 28.99 \text{ kW.}$$

8. Pumpwerk

LCX63B

Das Pumpwerk Arolla ist mit einer Speicherpumpe ausgestattet, welche $4.2 \text{ m}^3/\text{s}$ fördert. Die Förderhöhe beträgt 312 m . Wie viele Sekunden muss sie in Betrieb sein, um die Energiemenge von 1000 kWh speichern zu können?

Lösung:

Um die Leistung zu berechnen starten wir mit dem Ausdruck für potenzielle Energie

$$E = m \cdot g \cdot h$$

indem wir auf beiden Seiten durch die Zeit t teilen erhalten wir eine Leistung:

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{m}{t} \cdot g \cdot h = \underbrace{4.2 \cdot 1000}_{\frac{m}{t} = \frac{V}{t} \cdot \rho} \cdot 9.81 \cdot 312 = 12.855 \text{ MW}$$

Wir rechnen die Energiemenge in SI-Einheiten um

$$E = 1000 \underbrace{\text{kWh}}_{1000 \cdot W \cdot 3600 \text{ s}} = 3.6 \cdot 10^3 \text{ MJ}$$

Aus $P = E/t$ erhalten wir

$$t = \frac{E}{P} = 280 \text{ s} \approx 4.7 \text{ min}$$

9. Aufzug

MPPL6K

Ein Aufzug hebt eine Last von $F = 3 \text{ kN}$ in $t = 15 \text{ s}$ auf die Höhe $h = 22.5 \text{ m}$. Wie

gross ist der Wirkungsgrad der Anlage, wenn die Antriebsmaschine $W_{\text{in}} = 6 \text{ kW}$ leistet?

Lösung:

Wir benutzen die Definition der Arbeit $E = W = F \cdot s$ und die Definition der Leistung

$$P = \frac{E}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{3 \cdot 22.5 \cdot 1000}{15} \frac{N m}{s} = 4500 \text{ W}$$

Der Wirkungsgrad ist $\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = 0.75$.