



## Serie 34, Musterlösung

Datum: FS 21

### 1. Wärmestrahlung der Sonne

2BZU9Y

- (a) Wie gross ist die Oberfläche der Sonne? Ihr Radius beträgt  $R_{\odot} = 7.0 \cdot 10^8$  m.  
(b) Ermitteln Sie die gesamte von der Sonne in den Weltraum abgestrahlte Leistung, unter der Annahme, dass sie ein perfekter Strahler bei einer Temperatur von  $T = 5500$  K ist.

#### Lösung:

- (a) (Ober)-Fläche

$$A = 4\pi R_{\odot}^2 = 6.16 \cdot 10^{18} \text{ m}^2$$

- (b) ausgestrahlte Leistung  $P$  eines schwarzen Körpers

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4 = 3.2 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

### 2. Wellenlänge des Strahlungsmaximums

PPMUF5

Berechnen Sie die Wellenlänge  $\lambda_{\max}$ , bei der die spektrale Strahldichte eines schwarzen Körpers ihr Maximum erreicht, für die folgenden Temperaturen:

- (a)  $T = 100\,000$  K (Weisser Zwerg, Stern)  
(b)  $T = 4000$  K (Leuchstoffröhre)  
(c)  $T = 1500$  K (Kerze)

#### Lösung:

Mit dem Wienschen Verschiebungsgesetz  $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$  und  $b = 2.898 \cdot 10^{-3}$  m K:

- (a)  $\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = 29$  nm (Röntgenstrahlung)  
(b)  $\lambda_{\max} = 724.5$  nm (Infrarot)  
(c)  $\lambda_{\max} = 1932$  nm (Infrarot)

### 3. Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers

KQY1LQ

Berechnen Sie die abgestrahlte Leistung pro Flächeneinheit eines schwarzen Körpers bei folgenden Temperaturen:

- (a)  $T = 100\,000$  K (Weisser Zwerg, Stern)  
(b)  $T = 4000$  K (Leuchstoffröhre)  
(c)  $T = 1500$  K (Kerze)

#### Lösung:

Das Stefan-Boltzmann-Gesetz lautet  $P = \sigma T^4$ , wobei  $\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>/K<sup>4</sup>.

$$(a) P = 5.670 \cdot 10^{-8} \cdot (100\,000)^4 = 5670 \text{ GW/m}^2$$

$$(b) P = 14.5 \text{ MW/m}^2$$

$$(c) P = 287 \text{ kW/m}^2$$

#### 4. Farbe und Temperatur eines Sterns

3SX5FQ

Ein Stern strahlt im blauen Bereich des sichtbaren Lichts ( $\lambda_{\max} = 450 \text{ nm}$ ). Berechnen Sie die Temperatur des Sterns.

#### Lösung:

Mit dem Wienschen Verschiebungsgesetz  $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$  folgt:

$$T = \frac{2.898 \cdot 10^{-3}}{450 \cdot 10^{-9}} = 6440 \text{ K}$$

#### 5. Wärmestrahlung durch ein Blatt

P2PB7F

Ein Blatt mit einer Fläche von  $A = 40 \text{ cm}^2$  (eine Seite des Blattes) und einer Masse von  $m = 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$  ist an einem klaren Tag direkt der Sonne ausgesetzt. Es hat einen Emissionsgrad von  $\varepsilon = 0.85$  und eine spezifische Wärmekapazität von  $c = 3.4 \text{ kJ/(kgK)}$ .

In dieser Aufgabe berücksichtigen wir nur Wärmetransport Strahlung.

- Die Strahlungsleistung der Sonne beträgt in der Schweiz ca.  $P_s = 300 \text{ W/m}^2$ . Wie viel Strahlung absorbiert das Blatt durch die Sonnenstrahlung pro Sekunde?
- Wir zunächst nehmen an, das Blatt erwärme sich auf  $30 \text{ °C}$ . Wie viel Energie gibt das Blatt pro Sekunde durch Wärmestrahlung ab?
- Bei einer Umgebungstemperatur von  $20 \text{ °C}$ , wie viel Energie nimmt es pro Sekunde durch Wärmestrahlung aus der Umgebung auf?
- Schätzen Sie die Temperatur des Blattes im statischen Zustand, d.h. wenn es durch die Sonnenstrahlung und die Umgebung bei  $20 \text{ °C}$  erwärmt wird. Berücksichtigen Sie dabei die Beiträge aus den vorhergehenden Teilaufgaben.
- Über welchen anderen Wärmetransport kann das Blatt die Wärme abgeben?

#### Lösung:

- Absorbierte Strahlung. Die Sonne bestrahlt *eine* Seite des Blattes:

$$P_{\text{in}} = P_s \cdot A \cdot 0.85 = 1.02$$

mit der Fläche des Blattes von  $A = 0.004 \text{ m}^2$ .

- Abstrahlung bei  $30 \text{ °C} = 303.15 \text{ K}$ . Die Abstrahlung geschieht auf *beiden* Seiten des Blattes:

$$P_{\text{out}} = 2 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 = 3.26 \text{ W}$$

- (c) Absorption bei  $T_o = 20^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$ . Die Absorption geschieht auf *beiden* Seiten des Blattes:

$$P'_{\text{in}} = 2 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 = 2.85 \text{ W}$$

- (d) Statischer Zustand bei einer Blatt-Temperatur von  $T$ :

$$P_{\text{in}} + P'_{\text{in}} - 2 \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4 \cdot \varepsilon = 0$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{P_{\text{in}} + P'_{\text{in}}}{2A\varepsilon\sigma}} = 316.5 \text{ K}$$

Das entspricht  $43^\circ\text{C}$ . Wir sehen, dass die weiteren oben angegebenen Parameter wie Masse und spezifische Wärmekapazität bei dieser Aufgabe keine Rolle spielen.

- (e) Weiterer Wärmetransport findet über Verdunstung und durch Wärmeübergang an der Oberfläche (Konvektion) statt.