an2U
donat.adams@fhnw.ch
www.adams-science.com

Serie 3b Musterlösung

Klasse: 2Ub Semester: 2 Datum: 6. Juli 2017

Mittelwert einer Funktion:

$$\overline{f(t)} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t)\, dt}{t_2 - t_1}$$

Quadratischer Mittelwert einer Funktion:

$$\overline{f(t)} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \left[f(t)\right]^2 dt}$$

1. Mittlere Flughöhe 4MX32V

Die Funktion $f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2$ beschreib die Flugbahn eines Balls. Berechnen Sie die mittlere Flughöhe für $x \in [7, 16]$.

Lösung:

$$\begin{aligned}
\overline{f(t)} &= \frac{\int_7^{16} \left(-\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2\right)\, dx}{16 - 7} \\
&= \frac{1}{9}\left[-\frac{1}{4 \cdot 288}x^4 + \frac{1}{3 \cdot 16}x^3\right]_7^{16} \\
&= 2.598
\end{aligned}$$

2. Mittlerer Strom IHBP8D

$$i(t) = I_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

mit

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \;\Rightarrow\; \omega \cdot T = 2\pi$$

Wie gross ist der Mittelwert des Stromes über eine halbe Periode?

Lösung:

$$\begin{aligned}
\overline{i(t)} &= \frac{\int_0^{T/2} I_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t)\, dt}{T/2 - 0} \\
&= \frac{2}{T} \cdot I_{\max} \cdot \left[\frac{-\cos(\omega \cdot t)}{\omega}\right]_0^{T/2} \\
&= \frac{2}{\pi} \cdot I_{\max}
\end{aligned}$$

3. Quadratischer Mittelwert JIWU1Q

Berechnen Sie den quadratischen Mittelwert der Funktion $f(t) = \frac{2t^2}{5\sqrt{5}}$ auf dem Intervall $t \in [0; 5]$

Lösung:

$$
\begin{aligned}
\overline{f(t)} &= \sqrt{\frac{1}{5-0}\int_0^5 \left(\frac{2t^2}{5\sqrt{5}}\right)^2 dt} \\
&= \sqrt{\frac{1}{5}\int_0^5 \frac{4t^4}{25\cdot 5}\, dt} \\
&= \sqrt{\frac{4}{5\cdot 25\cdot 5}\int_0^5 t^4\, dt} \\
&= \sqrt{\frac{4}{5\cdot 25\cdot 5}\left[\frac{t^5}{5}\right]_0^5} \\
&= \frac{2}{25}\sqrt{\frac{1}{5}\left[5^5-0\right]} = 2
\end{aligned}
$$

4. Effektivwert des Wechselstromes **TZBNJM**

$$i(t) = I_{\max}\cdot\sin(\omega\cdot t)$$

mit

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \;\Rightarrow\; \omega\cdot T = 2\pi$$

Wie gross ist der quadrtische Mittelwert des Stromes über eine Periode?

Lösung:

$$
\begin{aligned}
\overline{i(t)} &= \sqrt{\frac{1}{T-0}\int_0^T \left(I_{\max}\cdot\sin(\omega\cdot t)\right)^2\, dt} \\
&= \sqrt{\frac{(I_{\max})^2}{2T}\int_0^T 1-\cos(2\cdot\omega\cdot t)\, dt} \\
&= \sqrt{\frac{(I_{\max})^2}{2T}\left[t-\frac{\sin(2\cdot\omega\cdot t)}{2\omega}\right]_0^T} \\
&= \sqrt{\frac{(I_{\max})^2}{2T}\left[T-\frac{\sin(2\cdot\omega\cdot T)}{2\omega}-0\right]} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}
\end{aligned}
$$