Fachhochschule Nordwestschweiz
Hochschule für Technik

D. Adams
IMN
Büro: 5.1C19
Differentialgleichungen

# Musterlösung Serie 6 Matlab

Klasse: 2Ub | Semester: 2 | Datum: 25. April 2017

## 1. Command Window 641090

Berechne die Ausdrücke:

(a) $z_1 = (4 - i\,4)^6$ (b) $z_2 = (-3 + 3i)^3$

**Lösung**

(a) $z_1 = 32768i$ (b) $z_2 = 54 + 54i$

## 2. Ableiten mit Matlab 334381

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Ausdrücke. Befehle:

```
syms diff atan exp cos sin log
```

(a) $-\frac{1}{4}(x-1)^4$

(b) $\frac{1}{2}\arctan(x)^2$

(c) $\frac{1}{2}e^x \cdot [\cos(x) + \sin(x)]$

(d) $-(x^2 + 2 \cdot x + 2) \cdot e^{-x}$

(e) $\frac{1}{a}\arctan(\frac{x}{a})$

(f) $4 \cdot x + \frac{2}{3}\log(x-1) + 2 \cdot \log(x+1) - \frac{32}{3}\log(x+2)$

**Lösung**

```
syms x a
>> diff(-1/4*(x-1)^4) %a
-(x-1)^3
>> diff(1/2*atan(x^2)) %b
x/(x^4 + 1)
>> diff(1/2*exp(x)*(cos(x)+sin(x) )) %c
(exp(x)*(cos(x) + sin(x)))/2 + (exp(x)*(cos(x) - sin(x)))/2
>> diff(-(x^22+2*x+2)*exp(-x)) %d
(x^2 + 2*x + 2)/exp(x) - (2*x + 2)/exp(x)
>> diff(1/a*atan(x/a)) %e
1/(a^2*(x^2/a^2 + 1))
>> diff(4*x+2/3*log(x-1)+2*log(x+1)-32/3*log(x+2)) %f
2/(3*(x-1)) + 2/(x + 1) - 32 /(3*(x + 2)) + 4
```

## 3. Integrieren mit Matlab 673465

Berechnen Sie die Integrale

(a) $\int (1-t)^3 dt$

(b) $\int \frac{\arctan z}{1+z^2} dz$

(c) $\int e^x \cdot \cos(x) dx$

(d) $\int_0^{10} x^2 \cdot e^{-x} dx$

(e) $\int \frac{1}{x^2-a^2} dx$

(f) $\int_2^3 \frac{4x^3}{x^3+2x^2-x-2} dx$

**Lösung**

```
>> syms t z
>> int( (1-t)^3 ,t) %a
-(t - 1)^4/4
>> int(atan( z)/(1+z^2),z) %b
atan(z)^2/2
>> int( exp(x)*cos( x),x) %c
(exp(x)*(cos(x) + sin(x)))/2
>> int( x^2* exp(-x) ,x,0,10) %d
2 - 122/exp(10)
>> int(1/(x^2-a^2),x) %e
-atanh(x/a)/a
>> int( (4*x^3)/(x^3+2*x^2-x-2),x,2,3) %f
4 - 4*log((25*6^(1/2)*25^(1/3))/128)
```

## 4. Differentialgleichungen lösen mit Matlab 742948

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen mit Matlab.

(a) $\frac{dy}{dx} - x^3 = 0$

(b)
$$\frac{dy}{dx} - \cos(x) = 0 \text{ und } y(0) = 1$$

(c) $\frac{1}{\sin(x)} y'(x) - y(x) = 1$

(d)
$$\frac{dy}{dx} = e^{-x} - y \text{ und } y(0) = 1$$

**Lösung**

```
>> syms x t
>> dsolve('Df -x^3=0','x') %a
x^4/4 + C12
>> dsolve('Df-cos(x)=0','f(0)=1','x') %b
sin(x) + 1
```

```
>> dsolve('Df/ sin(x)  -f  =1','x') %c
C14/exp(cos(x)) - 1
>> dsolve('Df = exp(-x)-f','f(0)=1','x') %d
1/exp(x) + x/exp(x)
```

## 5. Forschungsaufgabe: Differentialgleichungen Matlab 068459

Lösen Sie die beiden Differentialgleichungen mit Matlab. Die Lösung enthält noch Integrationskonstanten z.B.

$$y(t) = C_1 \cos(t) + C_2 \sin(t) + x^2 \ .$$

Falls Matlab die Lösung nicht in dieser Form angibt, multiplizieren Sie die Lösung aus, bis die Lösung eindeutig in Summanden mit Integrationskonstanten und andere ohne Integrationskonstanten zerfällt. Wir benennen die Teile der Lösung wie folgt:

$$y(t) = \underbrace{C_1 \cos(t)}_{y_{h,1}(t)} + \underbrace{C_2 \sin(t)}_{y_{h,2}(t)} + \underbrace{x^2}_{y_p(t)} \ .$$

(wir markieren Teile *mit* Integrationskonstante mit $h$ und die *ohne* mit $p$).

Setzen Sie die Teile separat in die linke Seite der Differentialgleichung ein (sie können dafür wieder Matlab benutzen), z.B.

$$y''_{h,1} + 5y'_{h,1} + 6y_{h,1} \text{ und } y''_{h,2} + 5y'_{h,2} + 6y_{h,2}$$

$$y''_p + 5y'_p + 6y_p$$

Was beobachten Sie? Formulieren Sie einige Vermutungen auf Grund Ihren Beobachtungen.

(a)
$$y'' + 5y' + 6y = 3e^{-2t}$$

(b)
$$y'' + 10y' + 34y = 2\sin(5t)$$

**Lösung**

a)

```
dsolve('D2f+5*Df+6*f = 3*exp(-2*t)  ','t')
%(3*t)/exp(2*t) - 3/exp(2*t) + C6/exp(2*t) + C7/exp(3*t)
% Einsetzen  Teil  mit  C6,
syms C6 C7
y=@(t) C6/exp(2*t)
diff(y(t),t,2)+5*diff(y(t),t,1) +6*y(t)
% 0
% Einsetzen  Teil  mit  C7
y=@(t) C7/exp(3*t)
diff(y(t),t,2)+5*diff(y(t),t,1) +6*y(t)
```

```
% 0
% Einsetzen Teil ohne Integrationskonstante
y=@(t)(3*t)/exp(2*t) - 3/exp(2*t)
diff(y(t),t,2)+5*diff(y(t),t,1) +6*y(t)
%3*exp(-2*t)
```

b)

```
dsolve('D2f+10*Df+34*f =  2*sin(5*t)','t') %,'f(0)=1', 'Df(0)=0'
%C10*cos(3*t)*exp(-5*t) - sin(3*t)*((2*cos(2*t))/87 + ...
% Einsetzen Teil mit C10,
syms C10 C11
y=@(t) C10*cos(3*t)*exp(-5*t)
diff(y(t),t,2)+10*diff(y(t),t,1) +34*y(t)
% 0
% Einsetzen Teil mit C11
y=@(t) C11*sin(3*t)*exp(-5*t)
diff(y(t),t,2)+10*diff(y(t),t,1) +34*y(t)
% 0
% Einsetzen Teil ohne Integrationskonstante
y=@(t)- sin(3*t)*((2*cos(2*t))/87 + (8*cos(8*t))/267 ...
diff(y(t),t,2)+10*diff(y(t),t,1) +34*y(t)
%6*cos(3*t)*((10*cos(2*t))/87+(40*cos(8*t))/267 + ...
yp=@(t) 6*cos(3*t)*((10*cos(2*t))/87 + (40*cos(8*t))/267 + ...
simplify(yp(t))
%ans = 2*sin(5*t)
```

**Beobachtung:**
Wenn man den Teil mit Integrationskonstanten einsetzt, gibt es 0.
Wenn man den Teil ohne Integrationskonstanten einsetzt, gibt es die Inhomogenität (was rechts steht in der DGL).
**Vermutung:**
Vermutung: Dies ist ein allgemeines Gesetz. Oder umgekehrt: Um die gesamte Lösung der DGL zu erhalten, löst man zuerst die homogene DGL, dann die inhomogene DGL Lösung