



Serie 8, Lineare Differentialoperatoren/Lineare DGL 1. Grades

Klasse: 2Ub

Semester: 2

Datum: 30. Mai 2017

1. Lineare Differentialoperatoren

Welche der folgenden Operatoren sind linear? Bringen Sie dafür die Operatoren in Normalform, falls möglich. Welche Auswirkung hat die Linearität auf die Form der Lösung?

(a) $\mathcal{P}[f(x)] = f''(x) + \frac{1}{1-x^2} \cdot f'(x)$

(e) $\mathcal{P}[f(x)] = \left(\frac{d}{x} + 2\right)f(x)$

(b) $\mathcal{P}[f(x)] = f''(x) \cdot f'(x)$

(f) $\mathcal{P}[f(x)] = \tan(x) \cdot f''(x) + f(x)$

(c) $\mathcal{P}[f(x)] = (f''(x) + xf(x))^2$

(d) $\mathcal{P}[f(x)] = \left(\frac{d}{x} + x\right)^2 f(x)$

(g) $\mathcal{P}[f(x)] = (f''(x) + 2)^2$

2. Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung

Bestimme die allgemeine Lösungen der linearen Differentialgleichungen erster Ordnung mit der Lösungsformel.

(a)

$$x' + tx(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$$

(b)

$$\frac{1}{\sin(x)}y'(x) - y(x) = 1$$

(c)

$$\frac{dy}{dx} = e^{-x} - y(x)$$

(d)

$$\tan(t)x(t) - \sin(t) + x' = 0$$

(e)

$$x' - 3x(t) = t^2$$

(f)

$$\frac{y'(x)}{3} + \frac{y(x)}{3x} = 1.$$

Sigg, S. 235 – 251 und Skript Kapitel 4 .