

### Test 3

Name:

Klasse: 2Ua

Datum: 1. Juni 2016

---

1	2	3	4	5	Total	Note

Zeit: 90 min. Max. 50 Punkte. Lösung *nicht* mit Bleistift, Lösungsweg muss ersichtlich sein!  
Zugelassen:

- Handgeschriebene Zusammenfassung (4 Seiten, einseitig A4)
- Taschenrechner ohne Speicher.
- 2. Teil: Matlab / Simulink

Aufgaben mit Simulink: Erstellen Sie ein lauffähiges Simulink-Modell, speichern Sie es mit der Endung “.mdl” ab und laden Sie es vor Ende der Prüfung auf den USB-Stick. Wenn Sie ein Matlabskript benutzen, speichern Sie auch das auf dem USB-Stick.

#### 1. Differentialgleichung mit Resonanz

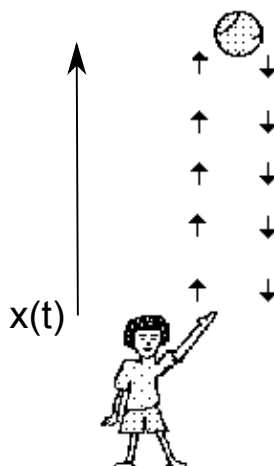
(10 Pkte)

Berechnen Sie schriftlich die allgemeine Lösung  $x(t)$  der Differentialgleichung [10 Punkte]

$$x''(t) - 4x(t) = e^{-2t} .$$

**2. Numerische Modellierung**

(10 Pkte)



In dieser Aufgabe betrachten wir einen Ball, der in die Luft geworfen wird. Seine Masse ist  $m = 0.1$  kg, sein Querschnitt  $A = 0.04$  m<sup>2</sup>.

Um die Gegebenheit präzise zu beschreiben: Der Ball bewegt sich im Schwerfeld der Erde  $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  und spürt ausser der Gravitationskraft nur den Luftwiderstand. Weitere Konstanten

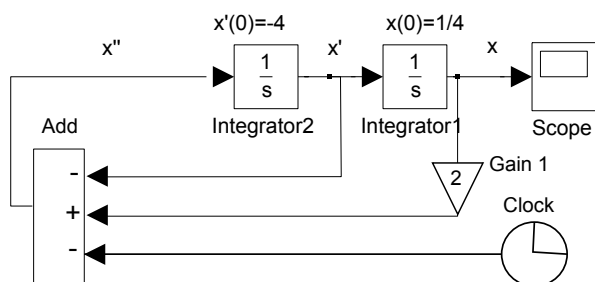
- Luftdichte  $\rho_L = 1.2041$  kg/m<sup>3</sup>
- Strömungswiderstand-Koeffizient einer Kugel  $c_W = 0.5$

- Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf für die Zeitspanne, in der der Ball nach oben fliegt.
- Erstellen Sie ein lauffähiges Simulink-Modell und berechnen Sie die maximale Höhe  $x_{\max}$  des Balls. (Höhe beim Abwurf  $x(0) = 0$  m, Geschwindigkeit beim Abwurf  $\dot{x}(0) = 10$  m/s).
- Vergleichen Sie  $x_{\max}$  mit der Höhe, die erreicht würde ohne Luftwiderstand.

**3. Numerische Modellierung**

(10 Pkte)

Gegeben sei das folgende Simulink-Modell:



- Bestimmen Sie die Differentialgleichung zum obigen Modell.
- Bestimmen Sie die Lösung zum Zeitpunkt  $t = 1$  numerisch (Simulink).
- Bestimmen Sie schriftlich die Lösung der Differentialgleichung (analytische Lösung).
- Lösen Sie das Anfangswertproblem (d.h. eliminieren Sie die Integrationskonstanten mit Hilfe der Anfangswerte)
- Vergleichen Sie die numerische Lösung mit der Analytischen Lösung zum Zeitpunkt  $t = 1$ .

4. (a) Erstellen Sie für das folgende System von Differentialgleichungen ein lauffähiges Simulink-Modell, speichern Sie es unter “zen4nachname.vorname.mdl” ab und laden Sie es vor Ende der Prüfung auf den USB-Stick.<sup>1</sup>

$$m\ddot{x} + d \cdot \dot{x} + kx = \cos(\omega t)$$

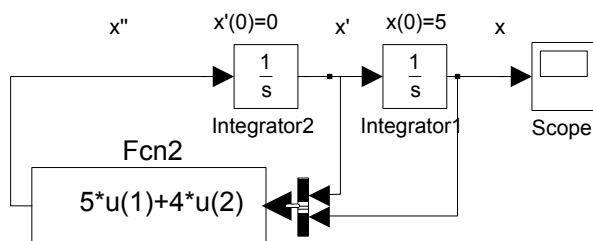
mit den Parametern  $m = 1$  kg,  $d=0.1$  N s/m  $k=10$  N· m<sup>-1</sup>  $\omega = 1$  s<sup>-1</sup> und den Anfangsbedingungen  $x(0) = 0.1$  m und  $\dot{x}(0) = 0$ . [6 Punkte]

- (b) Erstellen Sie eine Tabelle das Maximum der Amplitude zwischen  $t=40$  und  $t=50$  angibt für die Anregungsfrequenzen  $\omega = 1$ ,  $\omega = 2$ ,  $\omega = 3$ ,  $\omega = 4$  und  $\omega = 5$ . [2 Punkt]
- (c) Erklären Sie die Tabelle in der vorherigen Teilaufgabe mit Hilfe der analytischen Lösung der Differentialgleichung. [2 Punkt]

---

<sup>1</sup>Wenn Sie ein Matlabskript benutzen, speichern Sie auch das auf dem USB-Stick unter “zen4nachname.vorname.run.m”

5. Gegeben sei das folgende Simulink-Modell:



- Bestimmen Sie die Differentialgleichung zum obigen Modell. [4 Punkte]
- Bestimmen Sie schriftlich die Lösung der Differentialgleichung (analytische Lösung). [2 Punkte]
- Lösen Sie das Anfangswertproblem (d.h. eliminieren Sie die Integrationskonstanten mit Hilfe der Anfangswerte) [2 Punkt]
- Bestimmen Sie die Lösung zum Zeitpunkt  $t = 1$  numerisch (Simulink) und analytisch (exakte Lösung). [2 Punkte]