



Test 2 Musterlösung

Name, Nummer:

Datum: 17. Juni 2017

1. Citroën 2CV

C5H817

Ein elektrifizierter Döschwo (Citroën 2CV) überholt mit 202.73 km/h einen Porsche, der mit 120 km/h fährt. Der Döschwo ist 3830 mm lang. Wie lange Zeit sieht der Fahrer im Porsche den Döschwo an sich vorbeifahren?

Lösung:

Wir betrachten das Problem aus der Sicht des Porsche-Fahrers. Aus seinem Standpunkt fährt der Döschwo mit $\Delta v = 202.73 - 120 \text{ km/h} = 22.9806 \text{ m/s}$. Um die Strecke von 3.83 m zurückzulegen vertreiben also t Sekunden:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{3.83}{22.9806} \frac{\text{m} \cdot \text{s}}{\text{m}} = 0.1666 \text{ s}$$

2. Fluss-Schiff-Fahrt

EPWVXN

Die Orte A und B sind 21.6 km voneinander entfernt. Ein Ausflugsboot benötigt von A nach B 2.5 Stunden, von B nach A 3 Stunden.

- Berechnen Sie die Eigengeschwindigkeit des Schiffes und die Geschwindigkeit der Strömung.
- Wie gross ist die mittlere Geschwindigkeit für Hin- und Rückweg über die gesamte Strecke?

Lösung:

Um die Geschwindigkeiten zu berechnen stellen wir ein Gleichungssystem auf - es wird nach zwei Unbekannten gefragt, also brauchen wir zwei Gleichungen. Aus der Sicht des Schiffes vergrössert sich seine Geschwindigkeit bei der Hinfahrt $v_S + v_F$ und verringert sich bei der Rückfahrt $v_S - v_F$. Die Strecke bleibt aber die selbe:

$$\begin{aligned}(v_S + v_F) \cdot t_1 &= s \\(v_S - v_F) \cdot t_2 &= s\end{aligned}$$

Das erste Zwischen-Ziel ist es, die Variable v_F zu eliminieren. Wir teilen auf beiden Seiten durch t_1 (bzw. durch t_2):

$$\begin{aligned}v_S + v_F &= s/t_1 \\v_S - v_F &= s/t_2\end{aligned}$$

Jetzt addieren wir die Gleichungen: $2v_S = s/t_1 + s/t_2$ und erhalten

$$v_S = \frac{1}{2}(s/t_1 + s/t_2) = 7.92 \text{ km/h} = 2.2 \text{ m/s}$$

Wir können diese Geschwindigkeit in eine Gleichung oben einsetzen ($v_S + v_F = s/t_1$), nach v_F auflösen und erhalten

$$v_F = s/t_1 - v_S = 0.72 \text{ km/h} = 0.2 \text{ m/s}$$

- (a) Also $v_S = 2.2 \text{ m/s}$ und $v_F = 0.2 \text{ m/s}$
 (b) Die mittlere Geschwindigkeit ist

$$\bar{v} = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{43.2 \text{ km}}{5.5 \text{ h}} = 7.85 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

3. Geschwindigkeiten als Vektoren

J94JTU

- (a) Addieren Sie die beiden Geschwindigkeiten rechnerisch. Geben Sie die Komponenten in einem geeigneten Koordinatensystem an.

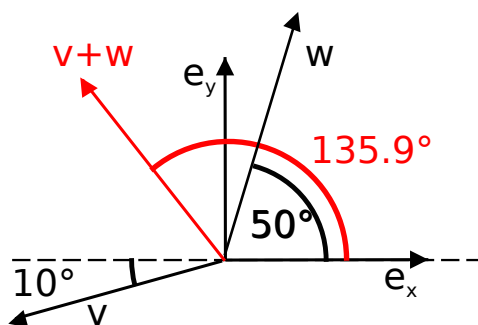
$$\vec{s} = \vec{v} + \vec{w}$$

- (b) Geben Sie Länge $|\vec{s}|$ an und berechnen Sie den Winkel zwischen \vec{s} und der x-Achse.

Winkel gemäss Skizze, die Skizze ist *nicht* massstäblich.

$$|\vec{v}| = 32 \text{ m/s}, |\vec{w}| = 26 \text{ m/s}$$

Lösung:



Wir legen ein Koordinatensystem fest (siehe Zeichnung) und berechnen die Komponenten der Vektoren:

$$\vec{v} = v \cdot \begin{pmatrix} \cos(50^\circ) \\ \sin(50^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -31.51 \\ -5.556 \end{pmatrix}; \quad \vec{w} = w \cdot \begin{pmatrix} \cos(190^\circ) \\ \sin(190^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16.71 \\ 19.91 \end{pmatrix}$$

Ihre Summe ist

$$\vec{s} = \vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} -14.8 \\ 14.36 \end{pmatrix}$$

Der Winkel, den \vec{s} mit der x-Achse des Koordinaten-Systems einschliesst ist (3. Quadrant):

$$\alpha = \arctan\left(\frac{s_y}{s_x}\right) + 180^\circ = \arctan\left(\frac{-5.0358}{19.9986}\right) + 180^\circ = 135.86^\circ .$$

und $|\vec{s}| = 20.6 \text{ m/s}$.

4. Laser-Fräs-Maschine

KR6JCE

Der Kopf einer Laser-Fräs-Maschine beschleunigt mit 80 m/s^2 auf 200 m/s , bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit weiter und bremst beim nächsten Punkt wieder mit 80 m/s auf null ab. Wie lange dauert die Bewegung zwischen zwei Punkten im Abstand von 5.25 cm ?

Lösung:

Wir berechnen zuerst die Zeit und dann die Strecke, bis der Kopf die Höchstgeschwindigkeit erreicht:

$$v = a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{200 \text{ m} \cdot \text{s}^2}{80 \text{ s} \cdot \text{m}} = 2.5 \text{ s}$$

In dieser Zeit bewegt sich der Kopf um

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 250 \text{ m} .$$

Wir verstehen also, dass der Kopf die Höchstgeschwindigkeit nie erreichen wird. Die Beschleunigung, wird bis zur Mitte der Strecke ereignen, danach wird der Kopf gleichmässig bremsen. Wie viel Zeit braucht er bis zum Mittelpunkt der Strecke ($s/2$)?

$$s/2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{s}{a}}$$

Dies ergibt

$$t = \sqrt{\frac{s}{a}} = \sqrt{\frac{5.25}{80} \frac{1}{100} \frac{\text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}} = 0.0256 \text{ s}$$

Also ist die Zeit für die Bewegung: $2t = 0.05123 \text{ s}$.

5. $s - t$ Diagramme analysieren

9UQVFN

Analysieren Sie das untenstehende $s - t$ -Diagramm.

- Beschreiben Sie die beiden Bewegungen in Worten. Alle Objekte stehen still oder bewegen sich mit der immer gleich absoluten Geschwindigkeit fort. Berechnen Sie v (vier Werte) und beschriften Sie die entsprechenden Abschnitte in der Zeichnung.
- Berechnen Sie zwei der Geradengleichungen (in Zeichnung ebenfalls markieren, welche Geraden Sie berechnen).
- Berechnen Sie Ort und Zeitpunkt der Kreuzung.

Lösung:

- (a) A (blau) bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit vom Ursprung weg. B (rot) bewegt sich auf dem Ursprung zu bleibt 1000 m vom Ursprung stehen während 44 min und geht zur Ausgangsposition zurück.

Die Geschwindigkeiten sind

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{6600 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 110 \frac{\text{m}}{\text{min}} \\v_2 = -v_4 &= \frac{-3000 \text{ m}}{18 \text{ min}} = -166.6 \frac{\text{m}}{\text{min}} \\v_3 &= 0\end{aligned}$$

- (b) Die Geradengleichungen lauten

$$\begin{aligned}v_1: \quad s_1(t) &= 0 + 110 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot t \\v_2: \quad s_2(t) &= 4000 - 166.6 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot t \text{ für } t < 18 \text{ min} \\v_3: \quad s_3(t) &= 1000 \text{ m für } 18 \text{ min} < t < 42 \text{ min}\end{aligned}$$

Für den vierten Teilabschnitt müssen wir noch den y-Achsen Abschnitt bestimmen. Die Gerade soll durch den Punkt $s(42 \text{ min}) = 1000 \text{ m}$ und hat die Steigung $m = 166.6 \frac{\text{m}}{\text{min}}$. Deshalb

$$s(42 \text{ min}) = q + 166.6 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 42 = 1000 \text{ m}$$

oder

$$q + 7000 \text{ m} = 1000 \text{ m} \Rightarrow q = 1000 - 7000 \text{ m} = -6000 \text{ m}$$

Die Geradengleichung lautet also

$$v_4: \quad s_4(t) = -6000 + 166.6 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

- (c) Die Kreuzung findet statt wenn $s_1(t) = s_2(t)$, d.h.

$$110 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot t = 4000 - 166.6 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot t$$

Wir lösen nach t auf und erhalten

$$t(110 + 166.6) \frac{\text{m}}{\text{min}} = 4000 \Rightarrow t = \frac{4000 \text{ m} \cdot \text{min}}{276.6 \text{ m}} = 14.4578 \text{ min} = 867 \text{ s}$$

Das ist $s = 110 \cdot 14.45 \frac{\text{min} \cdot \text{m}}{\text{min}} = 1590 \text{ m}$ vom Ursprung entfernt (aufgrund der ungenauigkeit beim Auslesen im groben Raster wird hier $\pm 10 \%$ akzeptiert).

