



## Test 3, Musterlösung

Name, Nummer:

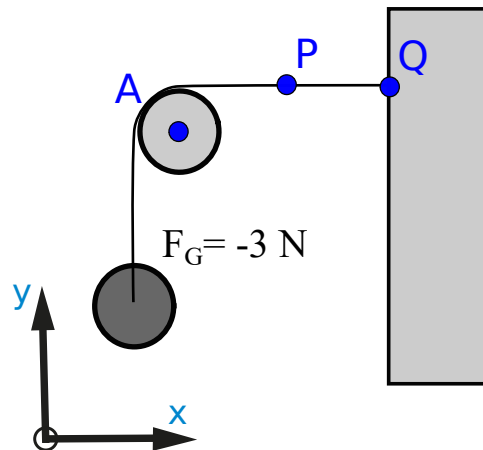
Datum: 10. Juli 2017

### 1. Umlenkrolle

J7CH6R

Eine Last zieht mit 3 N an einer Schnur. Die Schnur ist über eine Umlenkrolle an einer Wand festgemacht.

- Welche Kraft  $\vec{F}_Q$  wirkt in Q auf die Schnur?
- Welche Kraft  $\vec{F}_A$  wirkt auf die Schnur bei der Umlenkrolle? Mit welcher Kraft  $F_A$  muss die Achse entgegenwirken?
- Berechnen Sie die Summe *aller* Kräfte auf die Schnur.
- Mit welcher Kraft wird die Schnur bei P belastet?



### Lösung:

- Im angegebenen Koordinatensystem ist die Kraft  $\vec{F}_Q = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$  N.
- Die Umlenkrolle wirkt beiden Kräften entgegen:

$$\vec{F}_G + \vec{F}_Q + \vec{F}_{UR} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Deshalb gilt

$$\vec{F}_{UR} = -\vec{F}_G - \vec{F}_Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ N} + \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ N} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ N}$$

Dieser Vektor hat die Länge  $|\vec{F}_{UR}| = \sqrt{3^2 + 3^2} \text{ N} = 4.24 \text{ N}$

- Summe:  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(d) Die Belastung ist 3 N.

## 2. Helikopter

**UVNA8K**

Ein Rotor eines Helikopters dreht mit 269.6 Umdrehungen pro Minute und hat eine Masse von 160 kg.

- (a) Geben Sie die Frequenz und die Kreisfrequenz der Rotation in SI-Einheiten an.
- (b) Das Rotor-Blatt hat einen Radius von 8 m. Berechnen Sie die Zentripetal-Beschleunigung auf die Rotorspitze. Vergleichen Sie mit  $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .
- (c) Wo befindet sich der Schwerpunkt des Rotor-Blatts?
- (d) Welcher Kraft übt ein Rotor-Blatt auf die Dreh-Achse aus? (Zentrifugalkraft)

### Lösung:

(a)  $f = \frac{269.6}{60} \frac{1}{\text{s}} = 4.5 \frac{1}{\text{s}}$  und  $\omega = f \cdot 2\pi = 28.23 \frac{1}{\text{s}}$

(b) Zentripetal-Beschleunigung

$$a_z = \omega^2 \cdot r = 28.23^2 \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6376.57 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Das ist  $\frac{6376.57}{9.81} = 650$  mal die Erdbeschleunigung.

- (c) Der Schwerpunkt des Rotor-Blatts befindet sich in der Mitte des Rotor-Blatts und beschreibt eine Kreisbahn von 4 m.
- (d) Kraft auf Dreh-Achse:

$$F_z = \omega^2 \cdot \frac{r}{2} \cdot m = 28.23^2 \cdot 4 \cdot 160 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 510125 \text{ N}$$

Das entspricht der Gewichtskraft von ca. 52 Tonnen.

## 3. Regentropfen

**778LQR**

Wir wollen die Fallgeschwindigkeit von Regentropfen berechnen.

- (a) Welche Kraft bremst die Regentropfen während dem Fall?
- (b) Der Tropfen hat die Maximal-Geschwindigkeit erreicht. Schreiben Sie das Kräftegleichgewicht für die Regentropfen auf.
- (c) Berechnen Sie die Fallgeschwindigkeit mit den Angaben unten.

- $g = 9.81 \text{ m/s}$
- $m = 0.00001 \text{ kg}$  (=0.01 g)
- $A = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
- $c_W = 1$
- $\rho_L = 1.208 \text{ kg/m}^3$

**Lösung:**

- (a) Die Regentropfen werden durch den Luftwiderstand gebremst.  
 (b) Das Kräftegleichgewicht lautet

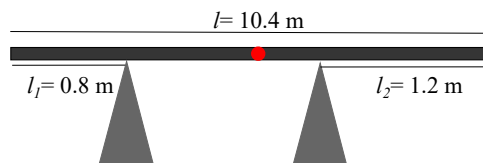
$$F_L + F_G = 0 \text{ oder } c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} v^2 - g \cdot m = 0$$

- (c) Wir lösen nach  $v$  auf und erhalten

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot m}{A \cdot \rho \cdot c_w}} = 5.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**4. Balken****62XVJ2**

Ein Balken ist aufgestützt, wie in der Skizze unten gezeigt. Er wiegt 150 kg. Berechnen Sie die Kräfte auf die beiden Stützen.

**Lösung:****Kurzer Weg, ohne Gleichungssystem:**

Wir wählen als Drehachse die erste Stütze. Dann gilt

$$-m \cdot g \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 = 0 ,$$

dabei sind  $r_1$  der Abstand von der ersten Stützen zum Schwerpunkt, und  $r_2$  der Abstand der Stütze 1 zur Stütze 2. Wir berechnen

$$r_1 = 10.4/2 \text{ m} - 0.8 \text{ m} = 4.4 \text{ m} \text{ und } r_2 = 10.4 \text{ m} - 0.8 \text{ m} - 1.2 \text{ m} = 8.4 \text{ m}$$

Das setzen wir ein und lösen auf:

$$F_2 = \frac{m \cdot g \cdot r_1}{r_2} = 770.786 \text{ N} .$$

Die Summe aller Kräfte muss verschwinden also

$$F_1 + F_2 + \underbrace{F_G}_{=-m \cdot g} = 0 \Rightarrow F_1 = m \cdot g - F_2 = 700.714 \text{ N} .$$

**Lösung mit Gleichungssystem:**

Wir nennen die Kräfte der Balken  $F_1$  und  $F_2$  und stellen die Gleichungen für das statische Gleichgewicht auf:

$$\begin{aligned} M: & \quad (-l/2 + l_1)F_1 + (l/2 - l_2)F_2 = 0 \\ F: & \quad F_1 + F_2 + F_G = 0 \end{aligned}$$

Wir dividieren die erste Gleichung durch  $(-l/2 + l_1)$ :

$$\begin{aligned} L_1: & \quad F_1 + \frac{l/2 - l_2}{-l/2 + l_1} F_2 = 0 \\ L_2: & \quad F_1 + F_2 = -F_G \end{aligned}$$

Jetzt berechnen wir  $L_1 - L_2$

$$0 + \frac{l/2 - l_2}{-l/2 + l_1} F_2 - F_2 = F_G$$

oder

$$F_2 = F_G / \left( \frac{l/2 - l_2}{-l/2 + l_1} - 1 \right) = (-1471.5) / \left( \frac{4}{-4.4} - 1 \right) \text{ N} = 770.786 \text{ N}$$

Durch Einsetzen in Gleichung erhalten wir andererseits

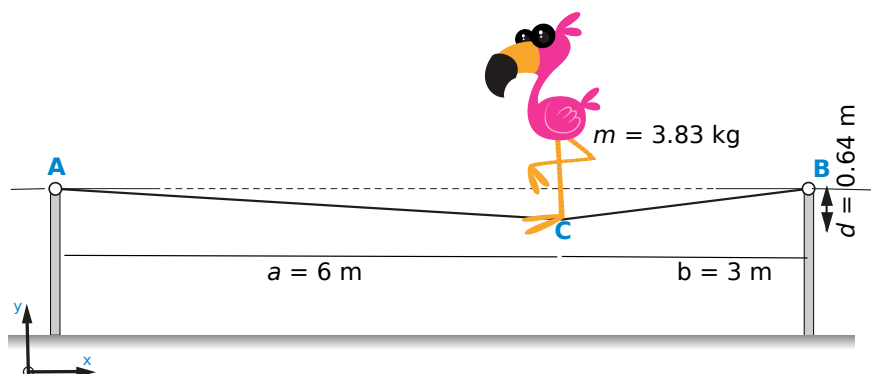
$$F_1 = -\frac{l/2 - l_2}{-l/2 + l_1} F_2 = -\frac{4}{4.4} \cdot 770.786 \text{ N} = 700.714 \text{ N}$$

**5. Flamingo**

YYUI3Y

Auf einer Hochspannungsleitung sitzt ein Vogel.

- Geben Sie die Richtung der Kräfte im Seil an — mit Vektoren (einzeichnen + Komponenten). Benutzen Sie das gegebene Koordinatensystem.
- Stellen Sie die Gleichung für die Kräfte im statischen Gleichgewicht auf.
- Berechnen Sie die Kraft im Seil zwischen B und C.



**Lösung:**

(a) Die Richtung der Kräfte im Seil sind

$$\vec{F}_1 \parallel \begin{pmatrix} -6 \\ 0.64 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{F}_2 \parallel \begin{pmatrix} 3 \\ 0.64 \end{pmatrix}$$

(b) Kräfte im statischen Gleichgewicht auf

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_G = \vec{0}$$

d.h. (in SI Einheiten m und N):

$$\begin{pmatrix} -6 \\ 0.64 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{(-6)^2 + (0.64)^2}} F_A + \begin{pmatrix} 3 \\ 0.64 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{(3)^2 + (0.64)^2}} F_B + \begin{pmatrix} 0 \\ -3.83 \cdot 9.81 \end{pmatrix} = \vec{0}$$

(c) Wir bringen das lineare Gleichungssystem in Normalform und erhalten

$$\begin{cases} L_1 : -0.994359 F_A & 0.977993 F_B & = & 0 \\ L_2 : 0.106065 F_A & 0.208638 F_B & = & 37.5723 \end{cases}$$

Wir eliminieren  $F_A$ :

$$L_1/0.994359 + L_2/0.106065 : 0 F_A + 0.9835 F_B + 1.9708 F_B = 354.239$$

Also

$$F_B = 120 \text{ N}$$