# Serie 8, Interpolation

Klasse: 1Ea, 1Eb, 1Sb — Datum: 15. Dezember 2017

## 1. Diskretisierung — 9FP7I1

Diskretisieren Sie die Funktionen für die angegebenen Stellen. Überprüfen Sie, ob die diskretisierten Funktionen linear abhängig sind.

(a) Funktionen $f_1(x) = (x-2)\cdot(x-3)$, $f_2(x) = (x-1)\cdot(x-3)$, $f_3(x) = (x-1)\cdot(x-2)$. Stellen: $x_i = \{1, 2, 3\}$

(b) Funktionen $f_1(x) = x+1$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x-1$. Stellen: $x_i = \{-1, 0, 1\}$

(c) Funktionen $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x^2$. Stellen: $x_i = \{1, 2, 3\}$

(d) Funktionen $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x^2$. Stellen: $x_i = \{-3, -2, -1, 0\}$

## 2. Orthogonal-Basis — W3G7GC

Zeigen Sie, dass die folgende Funktionen bei der Auswertung an den gegebenen Stellen eine Orthogonalbasis ergeben.

$$\begin{aligned} c_0(x) &= 1 \\ c_1(x) &= \cos(\pi/2\cdot x) \\ c_2(x) &= \cos(\pi\cdot x) \\ s_1(x) &= \sin(\pi/2\cdot x) \end{aligned}$$

Stellen: $x_i = \{0, 1, 2, 3\}$

## 3. Orthogonal-Basen 2 — L379YK

Interpolieren Sie die folgenden Datenpunkte mit den angegebenen orthogonalen Funktionen. Benutzen Sie Skalarprodukte und vermeiden Sie den Gauss-Algorithmus und die Matrix-Inversion.

(a) Funktionen $f_1(x) = (x-8)(x-7)(x-6)$, $f_2(x) = (x-8)(x-7)(x-5)$, $f_3(x) = (x-8)(x-6)(x-5)$, $f_4(x) = (x-7)(x-6)(x-5)$.
Stellen: $x_i = \{5, 6, 7, 8\}$
Funktionswerte: $y_i = \{0, 22, -44, -198\}$

(b) Funktionen $f_1(x) = (x-8)(x-7)(x-6)$, $f_2(x) = (x-8)(x-7)(x-5)$, $f_3(x) = (x-8)(x-6)(x-5)$, $f_4(x) = (x-7)(x-6)(x-5)$.
Stellen: $x_i = \{5, 6, 7, 8\}$
Funktionswerte: $y_i = \{12, 0, -6, 18\}$

(c) Funktionen $c_0(x) = 1,\ c_1(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right),\ c_2(x) = \cos(\pi x),\ s_1(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$.
Stellen: $x_i = \{0, 1, 2, 3\}$
Funktionswerte: $y_i = \{33, -55, 11, 11\}$

(d) Funktionen $c_0(x) = 1,\ c_1(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right),\ c_2(x) = \cos(\pi x),\ s_1(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$.
Stellen: $x_i = \{0, 1, 2, 3\}$
Funktionswerte: $y_i = \{1, -2, 1, -8\}$

## 4. Diskretisierung 489554

Diskretisiere die Funktionen

$$1,\ t,\ t^2,\ t^3,\ t^4,\ t^5$$

für die angegebenen Stützstellen und untersuche, ob eine Orthogonal-Basis entsteht.
Benutze in Matlab $1 = (e^t)^0$ und anonyme Funktionen, z.B.

```
  ff=@(t) t.^2 % die Funktion heisst ff, die Variable heisst t
  ff(2)
% ans= 4
```

| $t$: | $0$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{5}{6}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|

## 5. Interpolation 201267

Nähere das gemessene Signal mit einer Linearkombination der Funktionen

$$1,\ t,\ t^2,\ t^3,\ t^4,\ t^5$$

und visualisiere die Interpolation in Matlab.

| $t$: | $0$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{5}{6}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$: | 0 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 |

## 6. Diskretisierung 793891

Diskretisiere die angegebenen Funktionen für die angegebenen Stützstellen und untersuche, ob eine Orthogonal-Basis entsteht.

$$1,\ \frac{t}{5} - 1,\ \left(\frac{t}{5} - 1\right)^2,\ \left(\frac{t}{5} - 1\right)^3,\ \left(\frac{t}{5} - 1\right)^4,\ \left(\frac{t}{5} - 1\right)^5,\ \left(\frac{t}{5} - 1\right)^6,\ \left(\frac{t}{5} - 1\right)^7$$

| $t$: | 0 | $\frac{5}{4}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{15}{4}$ | 5 | $\frac{25}{4}$ | $\frac{15}{2}$ | $\frac{35}{4}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

## 7. Interpolation **897688**

Nähere das gemessene Signal mit einer Linearkombination der Funktionen

$$1,\ \frac{t}{5}-1,\ \left(\frac{t}{5}-1\right)^2,\ \left(\frac{t}{5}-1\right)^3,\ \left(\frac{t}{5}-1\right)^4,\ \left(\frac{t}{5}-1\right)^5,\ \left(\frac{t}{5}-1\right)^6,\ \left(\frac{t}{5}-1\right)^7$$

und visualisiere die Interpolation in Matlab.

| $t$: | 0 | $\frac{5}{4}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{15}{4}$ | 5 | $\frac{25}{4}$ | $\frac{15}{2}$ | $\frac{35}{4}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$: | 0 | 105 | 150 | 165 | 168 | 165 | 150 | 105 |