



## Serie 9 Determinanten

Klasse: 1Ea, 1Eb, 1Sb

Datum: 11. Dezember 2017

### 1. Effiziente Berechnung der Determinante

245158

Berechnen Sie die Determinante effizient. Bringen Sie dazu die Matrix in Dreiecksform.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 3 & 9 & 15 & 25 & 33 \\ 4 & 14 & 24 & 34 & 44 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 14 \\ 1 & 3 & 5 & 11 & 15 \end{pmatrix}$$

### 2. Effiziente Berechnung der Determinante

519361

Berechnen Sie die Determinante effizient. Bringen Sie dazu die Matrix in Dreiecksform.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 15 & 21 & 27 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & -5 & -11 & -17 \\ 2 & 6 & 13 & 39 & 55 \\ 2 & 6 & 10 & 14 & 28 \end{pmatrix}$$

### 3. Entwicklungssatz von Laplace

193792

Bestimmen Sie die Determinante der Matrix  $\mathbf{A}$ . Benutze den Entwicklungssatz von Laplace.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

### 4. Determinanten von Dreiecksmatrizen

341887

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen. Benutzen Sie den Satz von Sarrus, die Linearität der Determinante und den Satz über die Determinante von Dreiecksmatrizen.

(a)  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

(b)  $\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} x & 0 & 0 & 0 & b_1 \\ -1 & x & 0 & 0 & b_2 \\ 0 & -1 & x & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & -1 & x & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & x + b_5 \end{pmatrix}$

### 5. Determinanten der Transponierten

325124

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen. Benutze den Satz von

Sarrus und den Multiplikationssatz für Matrizen. Nutze zudem die Ähnlichkeit der Matrizen aus.

$$(a) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -4 \\ 5 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad (b) \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{\sqrt{2}} & \frac{-4}{\sqrt{2}} \\ 5 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 4 & \frac{-2}{\sqrt{2}} & \frac{-3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$c) \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \frac{1}{8}(1+\sqrt{2}) & 1 & 0 \\ \frac{1}{8}(1-\sqrt{2}) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{8}(1+\sqrt{2}) & \frac{1}{8}(1-\sqrt{2}) & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### 6. Determinanten eines Matrix-Produkts

799761

Berechnen Sie die Determinante der Matrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{T}$ . Benutze den Multiplikationssatz für Matrizen.

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{A} = \mathbf{T}^{-1} \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{T}$$

### 7. Lineare Abhängigkeit

468897

Bestimme  $x$ , so dass die Spaltenvektoren der Matrix  $\mathbf{A}$  linear unabhängig sind.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & x & 2 \\ 6 & 5 & x \\ 0 & 5 & -5 \end{pmatrix}$$

### 8. Determinante eines Matrix-Produkts

801837

Berechne die Determinante der Matrix  $\mathbf{P}$ .

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 9 \\ -9 & 0 & 9 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{10}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{2}{3} & \frac{8}{9} & \frac{19}{9} \\ \frac{1}{3} & \frac{10}{9} & \frac{14}{9} \end{pmatrix}$$

### 9. Determinante von Untermatrizen

311802

Berechne die Determinante der Matrix  $\mathbf{M}$  und ihrer Untermatrizen  $\mathbf{N}$  und  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & -2 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$