Lineare Algebra
donat.adams@fhnw.ch
Institut für Geistes- und Naturwissenschaft

Test 1

Semester: 1 Datum: 21. Oktober 2016

1	2	3	4	5	Total

Zeit: 60 min. Max. 50 Punkte. Lösung *nicht* mit Bleistift, Lösungsweg muss ersichtlich sein! Zugelassen: handgeschriebene Zusammenfassung (4 Seiten, einseitig A4) und Taschenrechner ohne Speicher.

1. Gauss-Verfahren (10) 091299

Bestimmen Sie, ob die nachfolgenden Vektoren linear abhängig sind. Falls ja, geben Sie die Linearkombination an, die $\vec{0}$ ergibt.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ -24 \\ 16 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -6 \\ -15 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2. Winkel zwischen Vektoren (10) 412379

(a) Welchen Winkel schliessen die Vektoren $\vec{q} = \vec{c} - \vec{b}$ und $\vec{r} = 6\vec{c} - 12\vec{b}$ ein?

(b) Welchen Winkel schliessen die Vektoren $\vec{p} = \vec{a} - 2\vec{b}$ und $\vec{q} = \vec{c} - \vec{b}$ ein?

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -1 \end{pmatrix}$$

3. Schnittpunkt von zwei Geraden (10) 942572

Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes $\vec{S}$ der Geraden h (Steigung $m = 9$, y-Achsenabschnitt $c = 34$) und g:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -11 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4. Lot und Projektion (10) 780793

Stellen Sie den Vektor $\vec{b}$ als Linearkombination der orthogonalen Vektoren $\vec{f_1}$, $\vec{f_2}$ und $\vec{f_3}$ dar.

$$\left\{\vec{f_1},\ \vec{f_2},\ \vec{f_3}\right\} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right\} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

5. Ebenengleichung (10) 020737

Eine Ebene E enthält die Punkte $\vec{P}$, $\vec{Q}$ und $\vec{R}$. Berechne die Ebenengleichung in Normalenform und den Schnittpunkt mit der x-Achse.

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}, \vec{Q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{R} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$