Fachhochschule Nordwestschweiz
Hochschule für Technik

Lineare Algebra
donat.adams@fhnw.ch
Institut für Mathematik und Physik

Test 2

Name, Klasse: Semester: 1 Datum: 12.11.2016

1	2	3	4	5	6	Total	Note

Zeit: 60 min. Max. 60 Punkte (30 im 1. Teil, 30 im 2. Teil). Lösung *nicht* mit Bleistift, Lösungsweg muss ersichtlich sein! Zugelassen:

- 1. Teil: handgeschriebene Zusammenfassung (4 Seiten, einseitig A4) und Taschenrechner ohne Speicher.
- 2. Teil: zusätzlich MATLAB oder programmierbarer Taschenrechner.

1. Teil ohne Matlab

1. **Lineare Abbildungen** (10)
   Zeigen Sie, dass die folgenden Abbildungen L linear oder nicht linear sind und geben Sie (falls möglich) die entsprechende Darstellung als Matrix an (Basis: Standart-Basis).

   (a) $L:\mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ definiert durch $L(x,y,z) = \begin{pmatrix} z \\ -y+2y \\ x+y \end{pmatrix}$

   (b) $L:\mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ definiert durch $L(x,y) = \begin{pmatrix} \sqrt{x\cdot y} \\ y \end{pmatrix}$

2. **Lineares Gleichungssystem** (10)

   Bestimme die Lösungsmenge des folgendes linearen Gleichungssystems in den 5 Unbekannten x, y, z, v und w.

$$\begin{aligned} -x+z+8w &= 0 \\ x+y+z-w &= 0 \\ x-z+v-10w &= 0 \end{aligned}$$

3. **Effiziente Berechnung der Determinante (10)**
   Berechnen Sie die Determinante effizient. Bringen Sie dazu die Matrix in Dreiecksform.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 9 & 15 & 21 \\ 1 & 3 & 5 & 12 \\ 2 & 6 & 11 & 17 \end{pmatrix}$$

2. Teil mit Matlab

4. Matrix-Abbildung (10)

Die Spalten der Matrix $\mathbf{A} = (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ spannen ein Parallelepiped auf.

(a) Berechnen Sie den Normalenvektor der Fläche E_1 aufgespannt durch $\vec{a}_1$ und $\vec{a}_2$.

(b) Berechnen Sie die den Schnittwinkel zwischen E_1 und der Fläche E_2 aufgespannt durch $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$.

(c) Berechnen Sie das Volumen des Parallelepipeds.

5. Gleichungssystem (10)

Berechne die Schnittpunkte der Geraden g und des Kreise k. Geben Sie die Schnittpunkte als Spaltenvektoren an.
g geht durch die Punkte $\vec{P} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{Q} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, und k ist gegeben durch

$$k: \ (-\frac{5}{2} + x)^2 + (\frac{1}{2} + y)^2 = \frac{25}{2}$$

6. Lineares Gleichungssystem (10)

Prüfen Sie nach, welche der Vektoren Lösungen des des folgenden Gleichungssystems sind:

$$\begin{aligned} 3v + 4w + 9x - 1y - 6z &= -20 \\ 5v + 2w + 15x + 3y + 18z &= 4 \\ -2v + 1w - 6x + 1y - 2z &= -52 \end{aligned}$$

Bestimmen Sie anschliessend die gesamte Lösungsmenge (in $\mathbb{R}^5$) des Gleichungssystems.

$$\begin{pmatrix} v \\ w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -17 \\ 0 \\ -9 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 0 \\ -13 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ -17 \\ 1 \\ -9 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -17 \\ 4 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$$