



Serie 7, Stetige Verteilungen

Klasse: 4U, 4Mb, 4Eb

Datum: FS 19

1. Boltzmann-Verteilung

IL8NV6

Es sei die Funktion

$$f(x) = A \cdot e^{-x \cdot \beta}$$

gegeben, wobei β einen positiven Parameter bezeichnet.

- Bestimmen Sie den Parameter A so, dass f auf dem Intervall $I = [0, \infty[$ eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist.
- Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F(X \leq x)$ zu f und veranschaulichen Sie sich diese Funktionen in einem Graphen.
- Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariable, die gemäss $f(x)$ verteilt ist.
- Berechnen Sie die Varianz der Zufallsvariable, die gemäss $f(x)$ verteilt ist.
- Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten ($\beta = \frac{1}{10}$):

$$P(X \leq 5), P(5 \leq X \leq 10), P(X \geq 10),$$

2. Quadratische Wahrscheinlichkeitsdichte

497914

Es sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot (1 - x^2) & \text{wenn } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben, wobei a einen positiven Parameter bezeichnet.

- Bestimmen Sie den Parameter a so, dass f auf dem Intervall $I = [-1, 1]$ eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist.
- Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F zu f und veranschaulichen Sie diese in einem Graphen.
- Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten für eine stetige Zufallsgrösse, die gemäss der obigen Funktion $f(x)$ verteilt ist und interpretieren Sie die Resultate geometrisch.

$$P\left(-1 \leq X \leq \frac{3}{4}\right), P\left(X \leq \frac{1}{2}\right), P\left(\frac{3}{4} \leq X\right),$$

3. Lineare Wahrscheinlichkeitsdichte, Erwartungswert und Varianz

096320

Es sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2 \cdot x & \text{wenn } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz.

4. Wahrscheinlichkeitsdichte, Erwartungswert und Varianz**408316**

Es sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} \cdot (1 - x^2) \cdot x & \text{wenn } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben. Überprüfen Sie, ob es sich um eine Wahrscheinlichkeitsdichte handelt. Berechnen Sie dann den Erwartungswert und die Varianz.

5. Quadratische Wahrscheinlichkeitsdichte, Erwartungswert und Varianz**444797**

Es sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} \cdot (1 - x^2) & \text{wenn } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz.

6. Lineare Wahrscheinlichkeitsdichte**060978**

Es sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{wenn } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben, wobei a einen positiven Parameter bezeichnet.

- Bestimmen Sie den Parameter a so, dass f auf dem Intervall $I = [0, 1]$ eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist.
- Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F zu f und veranschaulichen Sie sich diese Funktionen in einem Graphen.
- Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten für eine stetige Zufallsgrösse, die gemäss der obigen Funktion $f(x)$ verteilt ist und interpretieren Sie die Resultate geometrisch.

$$P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{3}{4}\right), P\left(X \leq \frac{1}{2}\right), P\left(\frac{3}{4} \leq X\right),$$