



Serie 12, Musterlösung

Klasse: 4U, 4Mb, 4Eb

Datum: FS 19

1. Drei Messreihen

613036

Stammen die drei Messreihen x , y und z unter der Voraussetzung $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2$ aus der gleichen normalverteilten Grundgesamtheit? Das Signifikanzniveau ist $\alpha = 1\%$.

x	18.0	14.5	13.5	12.5	23.0	24.0	21.0	17.0	18.5	9.5	14.0		
y	27.0	34.0	20.5	29.5	20.0	28.0	20.0	26.5	22.0	24.5	34.0	35.5	19.0
z	21.5	20.5	19.0	24.5	16.0	13.0	20.0	16.5	17.5	19.0			

Lösung:

Kategorie: unverbundene Stichproben, gleiches σ .

Wir testen nacheinander die Hypothese $\mu_1 = \mu_2$ für x und y , dann für x und z und schliesslich für y und z .

- x (bekommt Index 1) und y (bekommt Index 2): $n = N_1 + N_2 - 2 = 11 + 13 - 2 = 22$ und $t_{22;1-0.005} = t_{22;0.995} = 2.819$.

Varianz:

$$(s_1)^2 = 20.8045 \text{ und } (s_2)^2 = 33.7308$$

also

$$s^2 = \frac{(11 - 1) \cdot 20.8045 + (13 - 1) \cdot 33.7308}{22} = 27.8552$$

Testgrösse:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 13}{11 + 13}} = \frac{16.8636 - 26.1923}{5.2778} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 13}{24}} = -4.31448$$

Die Testgrösse liegt ausserhalb des Annahmebereichs. Statistischer Schluss: $\bar{x} \neq \bar{y}$.

- x (bekommt Index 1) und z (bekommt Index 2): $n = N_1 + N_2 - 2 = 11 + 10 - 2 = 19$ und $t_{19;0.995} = 2.861$.

Varianz:

$$(s_1)^2 = 20.8045 \text{ und } (s_2)^2 = 10.2917$$

also

$$s^2 = \frac{(11 - 1) \cdot 20.8045 + (10 - 1) \cdot 10.2917}{19} = 15.8248$$

Testgrösse:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{z}}{s} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 10}{11 + 10}} = \frac{16.8636 - 18.75}{3.97803} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 10}{21}} = -1.08528$$

Die Testgrösse liegt im Annahmebereich. Statistischer Schluss: $\bar{x} = \bar{z}$.

- y (bekommt Index 1) und z (bekommt Index 2): $n = N_1 + N_2 - 2 = 13 + 10 - 2 = 21$ und $t_{21;0.995} = 2.831$.

Varianz:

$$(s_1)^2 = 33.7308 \text{ und } (s_2)^2 = 10.2917$$

also

$$s^2 = \frac{(13 - 1) \cdot 33.7308 + (10 - 1) \cdot 10.2917}{21} = 23.6854$$

Testgrösse:

$$t = \frac{\bar{y} - \bar{z}}{s} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 10}{11 + 10}} = \frac{26.1923 - 18.75}{4.86677} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 10}{21}} = 3.63559$$

Die Testgrösse liegt ausserhalb des Annahmebereichs. Statistischer Schluss: $\bar{y} \neq \bar{z}$.

2. Hilfsstoffe

697779

Der durchschnittliche Verbrauch eines bestimmten Hilfsstoffes in zwei vergleichbaren Filialen einer Unternehmung soll geprüft werden. Dazu wurde der Verbrauch während einer Anzahl Tage bei beiden Filialen ermittelt.

Kann statistisch erhärtet werden, dass die eine Filiale signifikant mehr von dem entsprechenden Hilfsstoff verbraucht? Das Signifikanzniveau ist $\alpha = 1\%$.

	1.5	3.5	2.6	4.9	6.8	4.9	6.2	5.8	6.4
x	8.8	4.5	7.1	8.3	3.6	7.6	7.7	4.9	5.9
	3.4	4.5	6.6	5.5	7.7	8.8	4.7	6.3	
	5.5	6.6	5.6	6.6	6.1	8.3	5.5	7.3	8.8
y	6.6	6.4	7.8	6.6	7.7	5.5	7.7	6.6	6.6
	5.5	5.4	6.6	5.5	8.8	8.8	9.9	7.7	

Lösung:

Kategorie: unverbundene Stichproben, gleiches σ .

Wir testen die Hypothese $\mu_1 = \mu_2$ für x und y

x (bekommt Index 1) und y (bekommt Index 2): $n = N_1 + N_2 - 2 = 26 + 26 - 2 = 50$ und $t_{50;1-0.005} = t_{50;0.995} = 2.678$.

Varianz:

$$(s_1)^2 = 3.61386 \text{ und } (s_2)^2 = 1.59705$$

also

$$s^2 = \frac{(26 - 1) \cdot 3.61386 + (26 - 1) \cdot 1.59705}{50} = 2.60545$$

Testgrösse:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s} \cdot \sqrt{\frac{26 \cdot 26}{26 + 26}} = \frac{5.71154 - 6.92308}{1.61414} \cdot \sqrt{\frac{26 \cdot 26}{52}} = -2.70625$$

Die Testgrösse liegt ausserhalb des Annahmebereichs. Statistischer Schluss: $\bar{x} \neq \bar{y}$.

3. Leimungsgrad

014452

Es soll untersucht werden, ob zwei Laboranten vergleichbare Ergebnisse bei der Bestimmung des Leimungsgrades von Papieren liefern. Beide Laboranten haben 8 verschiedene Papiersorten gemessen. Das Signifikanzniveau ist $\alpha = 1\%$.

Sorte 1	2	3	4	5	6	7	8	
Labor A	18.60	27.60	27.50	25.00	24.50	26.80	29.70	26.50
Labor B	18.58	27.37	27.27	24.64	24.10	26.33	29.33	26.63

Lösung:

Kategorie: verbundene Stichproben, gleiche σ .

Wir testen die Hypothese $\mu_1 = \mu_2$ für Laborant 1 und für Laborant 2

Annahme-Bereich: $t_{8-1,0.995} = 3.499$

Differenz:

$$d = \begin{pmatrix} 18.6 \\ 27.6 \\ 27.5 \\ 25. \\ 24.5 \\ 26.8 \\ 29.7 \\ 26.5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 18.58 \\ 27.37 \\ 27.27 \\ 24.64 \\ 24.1 \\ 26.33 \\ 29.33 \\ 26.63 \end{pmatrix} = \{0.02, 0.23, 0.23, 0.36, 0.4, 0.47, 0.37, -0.13\}$$

Mittelwert der Differenz:

$$\bar{d} = 0.24375$$

Varianz der Differenz:

$$(s_d)^2 = 0.0421696$$

Testgrösse:

$$t = \frac{\bar{d}}{s} \cdot \sqrt{n} = \frac{0.24375}{0.205352} \cdot \sqrt{8} = 3.3573$$

Die Testgrösse liegt im Annahmebereich. Statistischer Schluss: $\bar{x} = \bar{y}$.