Serie 16, Musterlösung

Klasse: 4U, 4Mb, 4Eb Datum: FS 19

1. Korrelation Zinsatz-Immobilienpreis **AUJH69**

(a) Bestimmen Sie, ob zwischen den Zinsatz und Immobilienpreis eine signifikante Korrelation besteht. Signifikanz-Niveau $\alpha = 10\%$.

(b) Falls die Korrelation signifikant ist: Handelt es sich um eine kausale Abhängigkeit zwischen Zinsatz und Immobilienpreis?

(c) Sie wollen ein Haus verkaufen. Ist jetzt ein geeigneter Zeitpunkt dafür? Werfen Sie einen Blick auf die akutellen Zinsätzte der Nationalbank.

Jahr	Zinsatz [%]	Preis Wohnung [kCHF]
1988	10.30	183800
1989	10.30	183200
1999	10.10	174900
1991	9.30	173500
1992	8.40	172900
1993	7.30	173200
1994	8.40	173200
1995	7.90	169700
1996	7.60	174500
1997	7.60	177900
1998	6.90	188100
1999	7.40	203200
2000	8.10	230200
2001	7.00	258200
2002	6.50	309800
2003	5.80	329800

Lösung:

Der Korrelationskoeffizient ist

$$r_{xy} = -0.6202$$

bei $n = 16$ Datenpunkten. Die Testgrösse ist

$$t_{\text{reg}} = \frac{-0.6202 \cdot \sqrt{16-2}}{\sqrt{1-(-0.6202)^2}} = -2.9579\ .$$

Der kritische Wert ist

$$t_{16-2;0.95} = 1.7613$$

Da die Testgrösse im Betrag $|t_{\text{reg}}|$ grösser ist als der kritische Wert, sind die Datensätze korreliert.
Eine Korrelation beweist noch keine kausale Abhängigkeit. Jedoch reagierten in der Geschichte die Immobilienpreise auf die Änderungen des Zinssatzes der Nationalbank. Das beweist eine kausele Abhängigkeit.
Eine Immobilie kann in Zeiten mit niedrigem Zinssatz zu einem hohen Preis verkauft werden. Der richtige Zeitpunkt hängt aber zusätzlich von der Prognose der Zinssätze ab: Erwarte ich einen weiteren Abfall der Zinsen, warte ich mit dem Verkauf zu.

2. Korrelation Einkommen Schuhgrösse **5KVVAC**

(a) Bestimmen Sie, ob zwischen den Einkommen und Schuhgrösse eine signifikante Korrelation besteht. Signifikanz-Niveau $\alpha = 1\%$.

(b) Falls die Korrelation signifikant ist: Handelt es sich um eine kausale Abhängigkeit zwischen Schuhgrösse und Einkommen?

(c) Was könnten hier die versteckten Parameter sein?

x_i [Grösse]	49.	40.5	42.5	44.5	35.	43.5	39.5	48.	36.	41.
y_i [kCHF]	20.6	6.9	10.1	14.9	0.2	11.5	4.7	17.	1.	6.8

x_i [Grösse]	48.5	36.	43.5	48.5	37.	41.	48.5	37.	46.5
y_i [kCHF]	17.3	1.4	13.5	20.1	3.2	6.6	17.5	1.6	14.5

Lösung:

Der Korrelationskoeffizient ist

$$r_{xy} = 0.9860$$

bei $n = 19$ Datenpunkten. Die Testgrösse ist

$$t_{\text{reg}} = \frac{0.9860 \cdot \sqrt{19-2}}{\sqrt{1-(0.9860)^2}} = 24.4227\ .$$

Der kritische Wert ist

$$t_{28-2;0.995} = 2.8982$$

Da die Testgrösse im Betrag $|t_{\text{reg}}|$ grösser als der kritische Wert ist, sind die Datensätze korreliert.
Durch die Korrelation ist die kausale Abhängigkeit nicht bewiesen. Die Korrelation bedeutet nicht, dass die grosse Schuhgrösse den hohen Gehalt erzeugt. Sie bedeutet, dass grosse Schuhgrösse oft mit einem hohen Gehalt zusammen auftreten.
Die eine versteckte Variable könnte die Geschlechter-Diskrimination sein: Tendenziell haben Männer einen höheren Lohn und grössere Schuhe. Die andere versteckte Variable könnte sein, dass Jugendliche noch nicht ausgewachsen sind (und kleinere Schuhe tragen) und traditionell weniger verdienen.

3. Korrelation **7W6C3V**

Bestimmen Sie, ob zwischen den Datensätzen eine signifikante Korrelation besteht. Signifikanz-Niveau $\alpha = 0.1\%$.

x_i	0	1	3	4	5	6	7	8
y_i	9	8	7	5	5	3	3	1

Lösung:
Der Korrelationskoeffizient ist

$$r_{xy} = -0.9830$$

bei $n = 8$ Datenpunkten. Die Testgrösse ist

$$t_{\text{reg}} = \frac{-0.9830 \cdot \sqrt{8-2}}{\sqrt{1-(-0.9830)^2}} = -13.1092 \,.$$

Der kritische Wert ist

$$t_{8-2;0.9995} = 5.959$$

Da die Testgrösse im Betrag $|t_{\text{reg}}|$ grösser ist als der kritische Wert, sind die Datensätze korreliert.

4. Meeresspiegel von Venedig **EIZ9Z4**

Berechnen Sie, ob der Meeresspiegel von Venedig mit der Zeit korreliert ist, d.h. ob er in der Periode zwischen 1931 bis 1981 signifikant zugenommen hat. Signifikanzniveau: 5%.

Lösung:
Der Korrelationskoeffizient ist

$$r_{xy} = 0.4159$$

bei $n = 51$ Datenpunkten. Die Testgrösse ist

$$t_{\text{reg}} = \frac{0.4159 \cdot \sqrt{51-2}}{\sqrt{1-(0.4159)^2}} = 3.2009 \,.$$

Der kritische Wert ist

$$t_{51-2;0.975} = 2.01$$

Da die Testgrösse im Betrag grösser ist als der kritische Wert, sind die Datensätze korreliert.

5. Korrelation **BIS48I**

Bestimmen Sie, ob zwischen den Datensätzen eine signifikante Korrelation besteht. Signifikanz-Niveau $\alpha = 1\%$.

x_i	1	2	5	8	10
y_i	1	1	4	3	6

Lösung:
Der Korrelationskoeffizient ist

$$r_{xy} = 0.8914$$

bei $n = 5$ Datenpunkten. Die Testgrösse ist

$$t_{\text{reg}} = \frac{0.8914 \cdot \sqrt{5-2}}{\sqrt{1-(0.8914)^2}} = 3.4067\ .$$

Der kritische Wert ist

$$t_{5-2;0.995} = 5.841$$

Da die Testgrösse im Betrag $|t_{\text{reg}}|$ kleiner ist als der kritische Wert, sind die Datensätze nicht korreliert.

6. Korrelation **90IHGL**

Bestimmen Sie, ob zwischen den Datensätzen eine signifikante Korrelation besteht. Signifikanz-Niveau $\alpha = 1\%$.

x_i	1.1	1.2	1.4	1.6	1.7	1.9	2.0	2.3	2.7	2.8	2.9	3.3	3.8	4.0	4.6
y_i	2.0	1.9	1.8	1.8	1.7	1.7	1.6	1.5	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	0.9	0.8
x_i	5.1	6.3	7.8	8.3	9.4	10.3	10.5	10.7	11.0	11.6	11.9	12.0	12.6		
y_i	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.2	0.1	0.4	0.1	0.0	-0.1		

Lösung:
Der Korrelationskoeffizient ist

$$r_{xy} = -0.9671$$

bei $n = 28$ Datenpunkten. Die Testgrösse ist

$$t_{\text{reg}} = \frac{-0.9671 \cdot \sqrt{28-2}}{\sqrt{1-(-0.9671)^2}} = -19.3837\ .$$

Der kritische Wert ist

$$t_{28-2;0.995} = 2.779$$

Da die Testgrösse im Betrag $|t_{\text{reg}}|$ grösser ist als der kritische Wert, sind die Datensätze korreliert.